

CAPITOLO 6: Il solido e le sue proprietà.

6.1 Introduzione.

Nel precedente capitolo abbiamo parlato del corpo rigido facendo naturalmente riferimento quindi ai corpi solidi. In natura esistono vari tipi di corpi che grossolanamente possono essere classificati in:

1. **Corpi solidi**
2. **Corpi liquidi**
3. **Corpi gassosi**

Un corpo solido è un corpo che ha un proprio volume. Le molecole all'interno del corpo solido sono molto unite tra loro, ossia la distanza che le separa è minima. Si presti immediatamente attenzione alla seguente affermazione: un corpo solido può non essere un corpo rigido. Infatti, nella realtà, un corpo solido può anche deformarsi, cosa che un corpo rigido non può fare. Un esempio di corpo solido è un cubetto di ghiaccio, una sbarra di alluminio o di rame. Un corpo liquido invece è un corpo le cui molecole sono tra loro più distanti, e non ha un proprio volume, ma assume il volume del recipiente che lo contiene. Per esempio, l'acqua che comunemente beviamo è un liquido. Un gas invece non ha un volume proprio perché può comprimersi ed espandersi a piacere. Le molecole che compongono il gas sono ancora più distanti tra loro rispetto al caso del liquido. Pertanto gli stati di aggregazione della materia sono tre. E' possibile passare da uno stato di aggregazione all'altro tramite determinate trasformazioni che vedremo più avanti. In questo paragrafo ci concentreremo sui corpi solidi e ne analizzeremo alcune fondamentali proprietà. Da un punto di vista macroscopico ossia da un punto di vista esterno visibile ad occhio nudo, i solidi sono generalmente caratterizzati da una forma propria e da un volume proprio. Non sono facilmente deformabili. La loro deformabilità è difficile ma non impossibile. Chiamiamo **corpo deformabile** quel corpo che, sottoposto a forze esterne, è in grado di cambiare forma e volume. Un corpo non deformabile è un corpo rigido. Chiaramente un corpo rigido è una sorta di idealizzazione di quello che c'è in natura in quanto tutti i corpi solidi, se sottoposti a forze esterne, si deformano, chi più chi meno. In particolare, certe deformazioni che avvengono sui corpi possono provocare anche delle rotture sul corpo stesso. Questo processo porta ad una sorta di cedimento strutturale dello stesso. Vediamo, per prima cosa, come definire i tipi di deformazioni che un corpo solido può subire:

1. **Deformazioni elastiche** ossia deformazioni dove una volta che cessano di agire le forze esterne sul corpo, lo stesso torna nel suo stato iniziale. In questo caso, le forze hanno una intensità chiaramente minore rispetto ad un valore limite che dipende dal tipo di materiale, dalla temperatura, eccetera.
2. **Deformazioni plastica**, ossia deformazioni permanenti.
3. **Trazione**, ossia un allungamento delle dimensioni del corpo stesso
4. **Compressione**, ossia un accorciamento delle dimensioni del corpo stesso.

Analizziamo per prima cosa le deformazioni elastiche.

6.2 Deformazione elastica.

Come è già stato anticipato una deformazione elastica è una deformazione temporanea del corpo. Una volta che cessano di agire le forze in gioco il corpo torna nella configurazione originaria. Tale tipo di deformazione è generalmente piccola e scompare al cessare della sollecitazione. Esiste una precisa legge che definisce il legame tra carico e deformazione. Tale legge viene chiamata **legge di Hooke**. Tale legge è valida per la maggior parte dei solidi ma per alcuni di essi sotto determinate condizioni che vedremo più avanti. Per capire bene tale legge consideriamo la seguente situazione fisica:

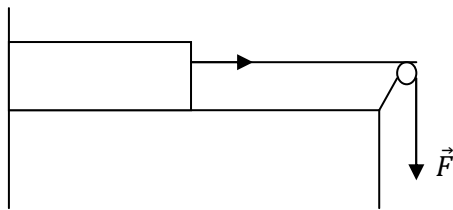


Figura 6.1

Come si evince dalla figura applicando una forza sul corpo è possibile effettuare un allungamento dello stesso (caso in cui il carico si dice in **trazione**) oppure è possibile effettuare una compressione dello stesso (caso in cui il carico si dice in **compressione**). Si dimostra che l'allungamento del corpo è proporzionale all'intensità della forza applicata. Ovviamente la costante di proporzionalità dipende dal tipo di materiale, dalla temperatura, e dalle caratteristiche geometriche del corpo stesso. Sovente, nella realtà, si utilizza il **carico specifico** piuttosto che il carico nella sua interezza, ed analogamente si utilizza la **deformazione specifica** al posto della deformazione totale. Pertanto si definisce deformazione specifica il seguente rapporto:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (6.1)$$

Ossia la deformazione specifica è il rapporto tra l'allungamento del corpo e la sua lunghezza totale. Analogamente il carico specifico si definisce come:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (6.2)$$

Ossia il carico specifico è dato dal rapporto tra la forza applicata sulla superficie e l'area della superficie stessa. Ovviamente il carico specifico (spesso chiamato anche **sforzo**) ha come unità di misura il $\frac{N}{m^2}$, invece la deformazione specifica è una grandezza adimensionale (priva cioè di dimensioni). Secondo la legge di Hooke, per piccoli valori del carico, quest'ultimo e l'allungamento unitario sono proporzionali ed il loro rapporto è definito come **modulo di elasticità**:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (6.3)$$

Ovviamente, si ha:

$$E = \frac{F/S}{\Delta l/l} \rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{S} \quad (6.4)$$

E' bene notare fin da subito che tale modulo dipende soltanto dalla temperatura e dal tipo di materiale con cui è fatto l'oggetto preso in esame. In particolare, per i metalli tale modulo presenta valori decrescenti al crescere della temperatura. Graficamente tale relazione è ovviamente lineare e quindi:

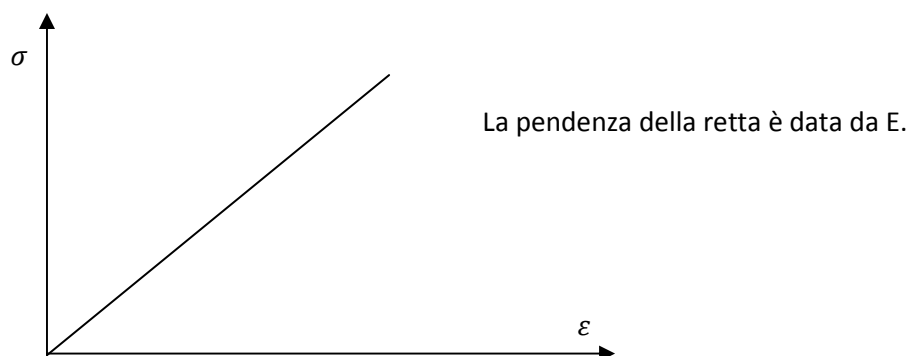


Figura 6.2

Qui di seguito viene fornita una tabella con i moduli di elasticità dei principali metalli:

Materiale	Modulo di elasticità
Acciaio	$2,1 \cdot 10^{11}$
Alluminio	$7 \cdot 10^{10}$
Ferro	$2 \cdot 10^{11}$
Gomma	$5 \leftrightarrow 80 \cdot 10^6$
Ottone	$9,1 \cdot 10^{10}$
Piombo	$1,4 \cdot 10^{10}$
Platino	$1,5 \cdot 10^{11}$
Polietilene	$1 \leftrightarrow 14 \cdot 10^8$
Rame	$1,1 \cdot 10^{11}$
Tungsteno	$3,5 \cdot 10^{11}$
Vetro per finestre	$7 \cdot 10^{10}$
Calcestruzzo	$2,3 \cdot 10^{11}$
Granito	$2,5 \cdot 10^{10}$
Argento	$7,5 \cdot 10^{10}$

Vediamo subito un semplicissimo esempio.

ESEMPIO: Supponiamo di avere a disposizione un filo di alluminio avente un diametro pari a 4 mm. Supponiamo inoltre che tale filo sia lungo 1m. Applichiamo ora una forza tale che permetta al filo di allungarsi di 30 cm. Supponendo che l'intensità della forza sia di 100N, vogliamo calcolarci il modulo di elasticità.

L'esempio è estremamente banale, ma ci mostra un semplicissimo caso reale di applicazione dei concetti di base visti in questa prima parte del capitolo. Innanzitutto abbiamo:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{100N}{3,14 \cdot 0,004^2 m} = 25000 \frac{N}{m^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,3m}{1m} = 0,3$$

Quindi si ha:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \dots$$

Siccome la deformazione specifica è adimensionale si ottiene che l'unità di misura del modulo di elasticità è la stessa unità di misura dello sforzo (carico unitario). Consideriamo ora un esempio più complesso.

ESEMPIO: consideriamo una sbarra avente una lunghezza l , una sezione di area A su un piano liscio come mostrato in figura:

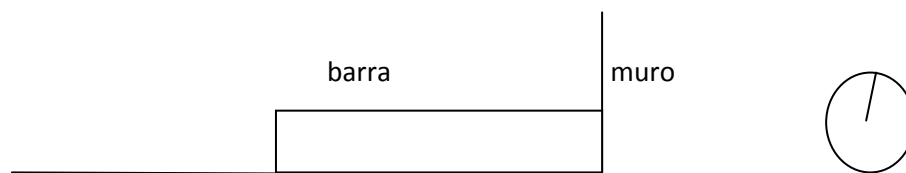


Figura 6.3

Chiaramente, essendo il caso in esame una banalissima compressione, possiamo utilizzare direttamente la legge di Hooke e quindi scrivere:

$$E = \frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta l/l}$$

Siccome siamo di fronte ad una compressione, si ha che:

$$\Delta l < 0$$

Siccome la sbarra è vincolata al muro all'altra estremità, non vi è alcun tipo di moto. Se invece eliminiamo il muro la sbarra può muoversi e pertanto vale la legge di Newton:

$$E = \frac{ma/A}{\Delta l/l}$$

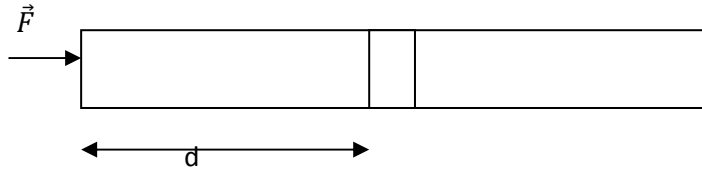
Se non conosciamo la massa ma la densità della sbarra possiamo tranquillamente scrivere:

$$E = \frac{\rho V a/A}{\Delta l/l}$$

Visto che la densità ρ è il rapporto della massa rispetto al volume:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Chiaramente la forza si propaga nella sbarra, ma a distanza 'd' dall'estremità della sbarra su cui agisce la forza, la stessa avrà intensità minore. Anzi è giusto affermare che più ci distanziamo da tale punto di applicazione più tale forza tende a diminuire. Pertanto:



Consideriamo un elemento infinitesimale della sbarra a distanza 'd' dal punto in cui viene applicata la forza alla sbarra stessa. Chiaramente la forza in quel punto sarà data da:

$$F = ma = (\rho V)a = \rho((l - d)A)a \rightarrow E = \frac{\rho((l - d)A)a/A}{\Delta l/l}$$

Pertanto passando agli integrali si ha:

$$\Delta l = \frac{F}{EA} \int_0^d \rho \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx \quad (6.5)$$

Analogo discorso vale per una sbarra che si muove di moto rotatorio (moto circolare).

6.3 Deformazione plastica.

Abbiamo accennato in precedenza anche ad un altro tipo di deformazione: la deformazione plastica. Tale deformazione, si è detto, avviene quando la deformazione è di tipo permanente. Consideriamo, a titolo di esempio, il caso di una sbarra metallica che viene posta in trazione. Chiaramente tale sbarra oltre che ad allungarsi subirà un variazione anche della sua sezione. Pertanto si avrà una variazione dimensionale sia in termini di lunghezze che in termini di larghezza. Supponiamo, per comodità, che tale sbarra possieda una sezione trasversale di raggio R, come viene mostrato in figura:

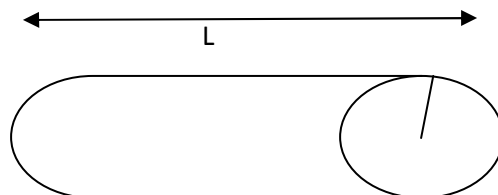


Figura 6.3

Ricordandoci che:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Possiamo scrivere che la variazione di raggio trasversale è data da:

$$\frac{\Delta R}{R} = -\nu \frac{\Delta l}{l} = -\nu \varepsilon = -\nu \frac{\sigma}{E} \quad (6.5)$$

Abbiamo visto che ε rappresenta la deformazione specifica, ed in questo caso la **deformazione assiale** ossia la deformazione relativa alla lunghezza della sbarra, mentre ν rappresenta il **coefficiente di Poisson**. Infatti la legge definita dalla relazione 6.5 è la **legge di Poisson**. Tale legge è valido per valori del carico specifico non troppo elevati. Pertanto la legge di Poisson afferma che la deformazione laterale è proporzionale alla deformazione assiale e tale proporzionalità è data proprio dal coefficiente di Poisson.

Deformazione assiale = $-\nu$ * deformazione laterale

Il coefficiente di Poisson è un coefficiente adimensionale. Il coefficiente di Poisson assume valori compresi tra 0 (per materiali come il sughero) a 0,5 (per il caucciù). Sperimentalmente per valori uguali a 0,5, qualsiasi sia il materiale che compone la sbarra, tale sbarra se sollecitata dimensionalmente non diminuirà mai il proprio volume. Viceversa se il coefficiente di Poisson è minore di 0,5 allora il volume della sbarra diminuirà. Ci sono però materiali, come per esempio il Gore-Tex, per i quali il coefficiente di Poisson può diventare negativo. Avere un coefficiente di Poisson negativo porta a dire che in seguito ad una trazione

Molti materiali, se sottoposti a sollecitazioni intense possono rompersi, oppure rimanere permanentemente deformati. In questo caso si parla di deformazione plastica. Pertanto al di sopra un certo **valore critico del carico**, che chiaramente dipende dal tipo di materiale, i materiali possono rimanere deformati. Chiaramente, tale processo è irreversibile, ossia se, una volta deformato il corpo, il carico viene tolto il corpo rimane nello stato in cui è, ossia rimane deformato. Per poter studiare l'elasticità plastica che possiedono certi solidi bisognerà chiaramente introdurre la **teoria della plasticità** ossia la modellazione matematica che ci permette di rappresentare il comportamento plastico dei materiali. Per essere più precisi l'attuale teoria a cui ci si fa riferimento è la **teoria incrementale della plasticità (Flow Theory)**. Tale teoria si basa su determinati assiomi. E' bene ricordare che un **assioma** è un concetto primitivo ossia un qualcosa che prendiamo per valido e che non riusciamo a dimostrare formalmente. Iniziamo con il definire i concetti principali di questo nuovo tipo di deformazione. In particolare definiamo **coefficiente specifico di snervamento** che indichiamo per comodità con σ_s quel carico specifico per cui, al di sopra di esso, si passa dalla deformazione elastica alla deformazione plastica. Per certi metalli come per esempio l'acciaio il valore del coefficiente specifico di snervamento vale:

$$\sigma_s = 30$$

Ci sono certi materiali in cui il passaggio dalla deformazione plastica alla deformazione elastica avviene in maniera graduale, mentre ci sono dei materiali per cui tale passaggio avviene in maniera assai brusca. Si definisca **coefficiente specifico di rottura** che si indica di solito con σ_u quel carico specifico in cui avviene essenzialmente la rottura del materiale. Si chiama **duttile** un materiale tenace ossia un materiale che possiede una elevata resistenza meccanica e quindi è un materiale in grado di assorbire parecchia energia. In caso contrario, quando il materiale si può rompere facilmente senza un'apprezzabile deformazione plastica esso viene detto **fragile**. Un materiale fragile quindi può assorbire poca energia. Poi ci sono i materiali **malleabili** ossia i materiali che possono essere facilmente lavorabili senza che si rompano (ossia si possono piegare, assottigliare con un martello,...). Un esempio di materiale malleabile è il rame.

Assume spesso particolare importanza anche la **durezza** di un materiale. Con tale termine intendiamo la resistenza che un corpo ha al proprio perforamento nei confronti di un altro corpo di forma appuntita. La durezza è una condizione necessaria affinché il componente metallico possieda le caratteristiche giuste per poter essere utilizzato in determinati campi. La durezza influenza la resistenza all'usura, all'incisione, al taglio ed a volte anche alla corrosione. Ci sono svariati metodi per verificare la durezza di un solido. Per esempio, ci sono le così dette **prove statiche** ossia delle prove che si basano sulla misura dell'impronta lasciata sulla superficie del materiale da parte del penetratore adeguatamente caricato. Tecniche di questo tipo sono le misure di durezza di **Brinell, Rockwell, Knoop** che si distinguono per il tipo di penetratore utilizzato. Per esempio tramite il metodo di Brinell viene utilizzato come penetratore una sfera di 10 mm di diametro composta da acciaio indurito la quale viene pressata sulla superficie del materiale da testare per un tempo che va dai 10 ai 30 secondi, sotto un carico fissato che va dai 500 ai 3000 Kg. Tramite il metodo Rockwell invece viene utilizzato come penetratore un cono con la punta di diamante con un angolo interno di 120°. Esistono altre tecniche chiamate **prove di rimbalzo** che sostanzialmente consistono nel lanciare (far cadere) sulla superficie del materiale un oggetto di massa 'm' per poi misurarne il relativo rimbalzo. **Le superfici più dure sono meno plastiche. Quindi le superfici più dure fanno rimbalzare meglio gli oggetti.** Esistono poi le **prove di rigatura** che consistono nell'incidere il materiale da testare, secondo il principio che il materiale più duro incide il più tenero, oppure le **prove di taglio** che consistono nel misurare la forza necessaria per tagliare un pezzo di materiale tramite un utensile standardizzato. La prova di Rockwell è la più semplice da utilizzare anche se però è una delle meno affidabili.

E' già stato detto che certi materiali se deformati possono tornare alla loro configurazione originale mentre altri no. Per certi acciai a basso contenuto di Carbonio, possono presentare un doppio limite di snervamento. Quando il materiale, in teoria, dovrebbe iniziare a deformarsi se sottoposto ad uno stress che indichiamo per comodità con σ_1 , in realtà ci possono essere degli atomi posti nelle vicinanze della zona di piegamento che potrebbero in qualche modo interferire con il naturale movimento del materiale. Tale situazione porta ad un nuovo ulteriore limite di snervamento dato da σ_2 . Tale limite viene detto **limite di snervamento superiore** mentre il precedente limite viene detto **limite di snervamento inferiore**. Una volta superato il valore di σ_2 il materiale inizia effettivamente a deformarsi prima elasticamente poi, una volta superato il limite di snervamento σ_s , esso si deforma plasticamente. Una volta superato il limite di snervamento il materiale comincia ad allungarsi e contemporaneamente a diminuire la propria area di sezione. Questo fenomeno prende il nome di **incrudimento**. Una volta invece raggiunto il limite σ_t chiamato **limite tensile** ci sarà una netta diminuzione della sezione della zona di piegamento (fenomeno di **strizione**) che causerà successivamente la rottura del materiale una volta raggiunto il limite di rottura σ_u .

6.4 Altri tipi di deformazione.

Esistono, oltre a quelli già citati, altri tipi di deformazione, come per esempio lo **scorrimento**. Consideriamo a titolo di esempio, la seguente situazione:

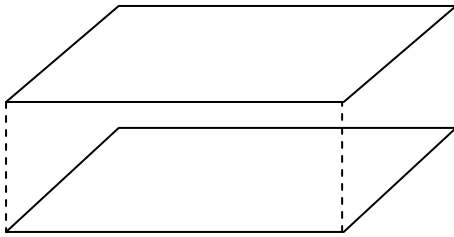


Figura 6.4

Supponiamo di tenere fissa la faccia inferiore di tale parallelepipedo e invece supponiamo di poter muovere quella superiore applicando un'opportuna forza, come viene mostrato di seguito:

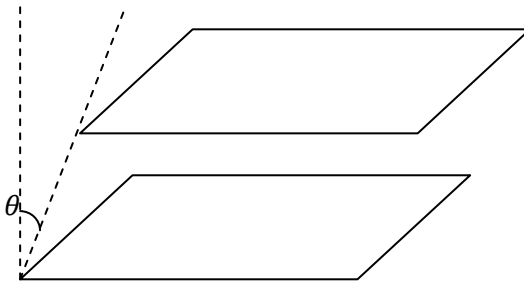


Figura 6.5

L'angolo denominato θ misura lo spostamento del piatto superiore rispetto al piatto inferiore. Esiste un preciso legame di tipo lineare tra lo spostamento angolare effettuato ed il carico specifico. Tale relazione è la seguente:

$$\sigma = G\theta \quad (6.6)$$

Dove G viene detto **modulo di taglio (modulo di rigidità)**. Lo sforzo di taglio è quindi uno stato di tensione in cui il materiale tende a mutare la propria forma senza mutare però il proprio volume. Misurando la variazione dell'angolo θ si quantifica l'effettiva variazione della forma del materiale. C'è uno stretto legame tra il concetto di flessione (analizzato nel capitolo 5) ed il taglio. Ricordiamo brevemente che il momento flettente è un tipo particolare di momento di una forza e che sono legate insieme dalla relazione:

$$T(z) = \frac{dM(z)}{dz} \rightarrow M(z) = \int T(z) dz \quad (6.7)$$

Dove chiaramente:

$M = \text{momento flettente}$

$z = \text{lunghezza solido}$

Cerchiamo di chiarire meglio questo concetto. Innanzitutto, ricordiamoci che il momento flettente si calcola così:

$$M = Fd$$

Dove 'd' è il braccio, 'F' è la forza, ed 'M' il momento flettente. Sostanzialmente, il momento flettente permette di generare una curvatura del materiale nel suo punto di applicazione. Se, per esempio, prendiamo un ramo di albero e cerchiamo di piegarlo imprimendo una forza agli estremi dello stesso generiamo fondamentalmente un momento. Se il ramo si piega troppo perchè magari la sollecitazione cresce ed oltrepassa un certo valore critico (punto di rottura), esso si rompe. Quindi vi è uno stretto legame tra momento flettente, elasticità e modulo di rigidità. Tale legame è proprio quello espresso dalla relazione (6.6). Consideriamo a titolo di esempio la seguente trave:

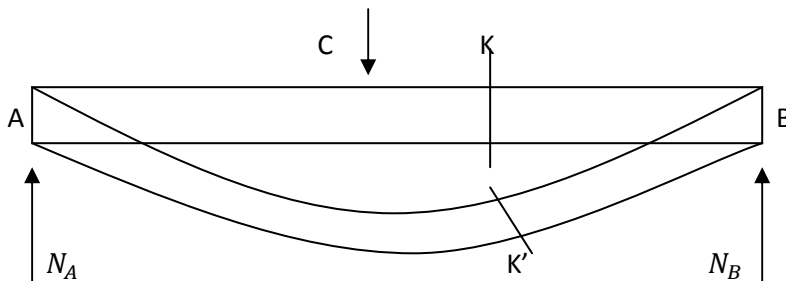


Figura 6.6

Si suppone che la trave sia appoggiata sugli estremi A e B e che abbia lunghezza pari a L metri. Nel punto C viene applicato un carico (una forza) che fa piegare la trave verso il basso. Le due reazioni vincolari denominate N_A ed N_B sono chiaramente dirette verso l'alto e valgono rispettivamente in modulo: $F/2$. A questo punto, la trave si deforma creando un arco di circonferenza che ha come corda la trave nella configurazione originaria. Chiaramente flettendo la trave le sezioni come la sezione K ruotano di un angolo chiaramente compreso tra 0 (al centro) ed un angolo massimo agli estremi.

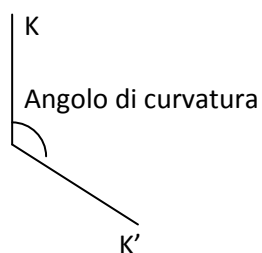


Figura 6.7

Tanto più grossa e forte è la trave e tanto minore è tale angolo. La causa di tale rotazione delle sezioni è proprio il momento flettente. Nella sezione K la reazione vincolare N_B produce un momento pari a:

$$M_{flettente} = N_B \times (B - K)$$

Dove (B-K) rappresenta il braccio. Il momento è antiorario.

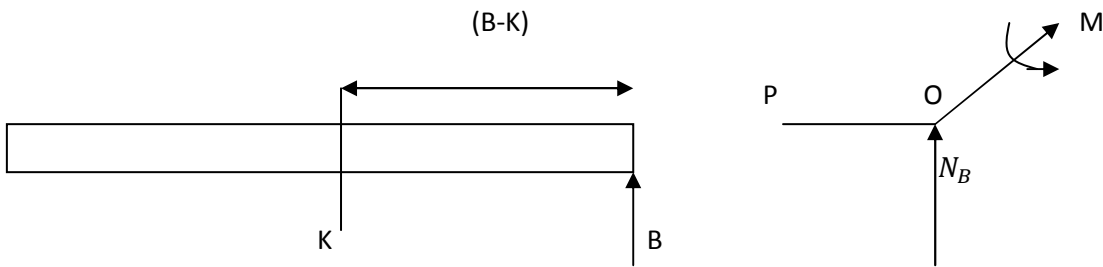


Figura 6.8

Si immagina la situazione presente sulla trave in quest'altra maniera: supponiamo che sul bordo superiore della trave in corrispondenza della sezione K agiscano delle forze che in qualche modo spingano e che sul bordo inferiore della trave stessa in corrispondenza della sezione K agiscano delle forze che invece effettuano un tiraggio.

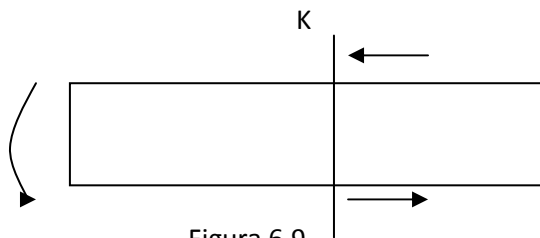


Figura 6.9

Queste forze sono gli sforzi σ . Proprio questi sforzi permettono all'asse di ruotare. Pertanto il legame tra momento flettente e curvatura è dato da:

$$\sigma = G\theta = EJ\theta$$

Dove $J =$ momento di inerzia.

La rigidità flessionale EJ dipende dalla forma della sezione e dal tipo di materiale di cui è costituita. Più la rigidità flessionale è elevata, più la sezione riesce a resistere al momento flettente.

6.5 I Metalli.

I metalli sono dei solidi aventi particolari proprietà. In particolare un metallo riflette la luce è un ottimo conduttore di calore e di elettricità, e possiedono una buona resistenza meccanica. La tipica struttura di un metallo è quella cristallina, dove vi è una sostanziale ripetizione della cella elementare. Vediamo qualche esempio di metallo (almeno quelli più utilizzati). Uno dei metalli più abbondanti in natura è l'Alluminio (simbolo chimico: **Al**) seguito dal Ferro (simbolo chimico: **Fe**). Ogni argilla ne contiene circa l'8%. Purtroppo l'estrazione dell'alluminio richiede parecchia quantità di energia. Questo porta ad affermare che l'estrazione dell'alluminio conviene soltanto se la produzione di energia elettrica è a buon mercato. L'Alluminio non diventa fragile a bassa temperatura, ha una buona conducibilità elettrica, ha un'ottima conducibilità termica (concetti che vedremo più avanti), è molto resistente alla corrosione, non è magnetico, ma ha una bassa durezza. Inoltre l'Alluminio è **aspinterogeno** ossia se viene urtato non provoca scintille. E' un materiale duttile di colore argenteo e viene estratto dai minerali della **bauxite**. E' un metallo leggero e morbido. Possiede inoltre una elevata plasticità. L'alluminio viene molto utilizzato per realizzare delle **leghe** come per esempio

Un altro esempio di metallo molto abbondante in natura è il ferro (il cui simbolo chimico è **Fe**). Tale metallo è estratto dai minerali e viene utilizzato spesso per produrre l'**acciaio**. Infatti esempi di leghe derivate dal ferro sono la ghisa e l'acciaio. Il ferro è un materiale duro e malleabile e viene utilizzato fin dai tempi dell'antichità. Vediamo brevemente le due leghe di maggior successo del ferro:

1. La **ghisa** contiene tra il 2% ed il 3,5% di Carbonio e possiede una temperatura di fusione che varia tra i 1150 e i 1200 °C. E' un materiale duro ma fragile. Se si colpisce un pezzo di ghisa con il martello lo si riduce in frammenti.
2. L'**acciaio** invece contiene tra lo 0,5% e 1,65% di Carbonio, anche se in realtà l'acciaio può possedere differenti percentuali di Carbonio e pertanto può essere:
 - **Extradolce** (meno dello 0,15% di Carbonio)
 - **Dolce** (dal 0,15% al 0,25% di Carbonio)
 - **Semiduro** (da 0,25% a 0,50% di Carbonio)
 - **Duro** (oltre lo 0,50%)

Il rame (simbolo chimico CU) è un altro metallo molto utilizzato. Il rame è un metallo di colore rossastro che possiede una elevata conducibilità termica ed elettrica. E', molto probabilmente, il metallo più utilizzato dall'uomo. E' un metallo **malleabile** ossia è possibile colpirlo con un martello senza ridurlo in polvere o frammentarlo, ed è anche un metallo **duttile**.