CAPITOLO 3: DINAMICA DI UN PUNTO MATERIALE

3.1 INTRODUZIONE AI PRINCIPI DELLA MECCANICA:

Nel capitolo precedente si è parlato della cinematica di un punto materiale, e si è visto che la cinematica è quel ramo della meccanica che studia i tipi di moti di un corpo. Abbiamo anche parlato (nel primo capitolo) del concetto basilare di sistema. Abbiamo accennato al fatto che un sistema può essere di vari tipi, ossia un sistema può essere termodinamico, meccanico, chimico, e così via. Vedremo, in questo capitolo, un tipo fondamentale di iterazione tra l'ambiente ed un sistema meccanico: **la forza**. Innanzitutto la forza è una grandezza fisica vettoriale, e quindi è caratterizzata da una direzione, un verso, ed una intensità. La forza, come vedremo, è la diretta responsabile della variazione dei moti di un corpo, ed è la diretta responsabile della nascita dell'accelerazione. Indicheremo di sovente con $\vec{F}$ una forza. La dinamica di un punto materiale sostanzialmente si basa su tre principi fondamentali:

1. **Primo principio (principio di inerzia)** il quale afferma che un corpo non soggetto a determinate forze non subisce cambiamenti di velocità, e quindi rimane in uno stato di quiete (rimane fermo) oppure continua a muoversi di moto rettilineo uniforme. Quindi,in poche parole, senza forza non vi è accelerazione alcuna. Questo principio venne formulato per la prima volta dal grande Galileo Galilei.

2. **Secondo principio (legge di Newton)**, il quale afferma che una forza determina un'accelerazione e quindi determina una variazione della sua velocità. Formalmente si ha la seguente espressione:

   $$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad \textbf{(3.1)}$$

   Dove con m si indica la **massa inerziale** ossia la massa vista come quella grandezza che rappresenta la resistenza che il corpo stesso ha alla variazione del suo stato di moto. La forza sarà quindi una grandezza vettoriale il cui modulo è 'm' volte il modulo del vettore accelerazione, la cui direzione ed il verso sono le stesse del vettore accelerazione.

3. **Terzo principio (principio di azione e reazione)**, il quale afferma che in presenza di due generici corpi A e B, se il corpo A esercita sul corpo B una forza che per comodità indichiamo con $\vec{F}_{a\to b}$, allora il corpo B reagirà con una forza uguale e contraria $\vec{F}_{b\to a}$ sul corpo A. Con il termine uguale e contraria si intende che la seconda forza ha lo stesso modulo e la stessa direzione della prima forza ma verso opposto. Formalmente si può scrivere:

   $$\vec{F}_{a\to b} = -\vec{F}_{b\to a}$$

   Graficamente si ha:

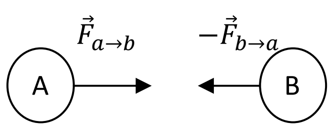


Figura 3.1

Vediamo ora di introdurre una delle prime grandezze fondamentali della dinamica (oltre chiaramente alla forza appena introdotta). Introduciamo la **quantità di moto** come quella grandezza fisica di natura vettoriale che serve a misurare la capacità che un corpo possiede nel fare variare il movimento di altri corpi con cui interagisce. La quantità di moto infatti risulta molto utile quando si affrontano temi importanti della fisica come gli urti. Formalmente si definisce quantità di moto il seguente vettore:

$$\vec{P} = m\vec{V} \qquad (3.2)$$

Quindi la quantità di moto è il prodotto scalare della massa per la grandezza vettoriale velocità. Siccome però:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \cdot \frac{dv}{dt} = \mathrm{m} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (3.3)$$

Quest'ultima relazione è valida soltanto se la massa è costante. Siccome il punto materiale ha, per ipotesi, una massa costante, allora questa relazione è valida. E' bene aprire qui una piccola parentesi sul concetto di massa costante. Molti farebbero sicuramente fatica a comprendere il concetto di massa non costante. Innanzitutto, è bene spiegare brevemente cosa è in fisica il concetto di massa. Per **massa** si intende una determinata grandezza scalare che si misura in Kg e che in qualche modo mi descrive la quantità di materia presente in un corpo. Spesso la massa viene confusa con il peso il quale, come vedremo tra poco, è in realtà una forza. Quindi quando noi diciamo peso 80 Kg in realtà ci riferiamo alla quantità di materia che abbiamo dentro di noi. Per **materia** intendiamo tutto ciò che occupa uno spazio e possiede una proprietà nota come massa. Per esempio, un libro, una penna, una automobile sono esempi di materia. La luce e il calore non sono esempi di materia bensì sono esempi di energia (vedremo più avanti cosa è l'energia). Sembra quindi strano affermare che una determinata relazione è valida soltanto se la massa resta costante. Ebbene, si può considerare costante la massa di un corpo (legge della massa costante) se e soltanto se la velocità con cui si muove il corpo è inferiore alla velocità della luce. Se la velocità del corpo si avvicina a quella della luce, allora la massa del corpo cambia sensibilmente.

3.2 CLASSIFICAZIONE DELLE FORZE:

Vediamo ora di riprendere il concetto di forza e di ampliarlo. Abbiamo visto che la forza è una grandezza vettoriale, ed è legata all'accelerazione ed alla massa di un corpo dalla nota relazione di Newton. Ebbene è facile dimostrare che se su un corpo agiscono 'n' forze contemporaneamente allora la risultante delle forze che agisce sul corpo è data da:

$$\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \cdots + \overrightarrow{F_n} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} \qquad (3.4)$$

Analogamente l'accelerazione totale che subisce il corpo è pari alla sommatoria delle singole accelerazioni provocate dalle singole forze. E' importante notare che se la risultante delle forze è nulla, allora siamo in presenza di un **equilibrio statico**. Quindi:

$$\vec{R} = 0 \rightarrow equilibrio\ statico$$

In poche parole l'equilibrio statico implica che il corpo rimane fermo. Vediamo ora di introdurre un concetto molto importante che riveste un ruolo universale in tutta la fisica ma in particolare modo nella meccanica. Questo concetto è la **reazione vincolare**. Supponiamo di avere a disposizione un generico corpo che subisce una forza o una serie di forze tali che la risultante non sia nulla. Supponiamo che sotto queste condizioni però il corpo rimane ugualmente fermo. Come è possibile ciò? E' possibile in quanto esiste una reazione uguale e contraria provocata dall'ambiente circostante sul corpo stesso che bilancia perfettamente la risultante. Pertanto la reazione vincolare, che solitamente si indica con N, altro non è che la reazione dell'ambiente sul corpo. Per esempio se appoggio un corpo su un tavolo, esso sicuramente subirà una forza di attrazione verso la terra, ma il tavolo eserciterà a sua volta una forza,la reazione vincolare per l'appunto, che permetterà al corpo stesso di rimanere sul tavolo. Graficamente si ha una cosa del seguente tipo:

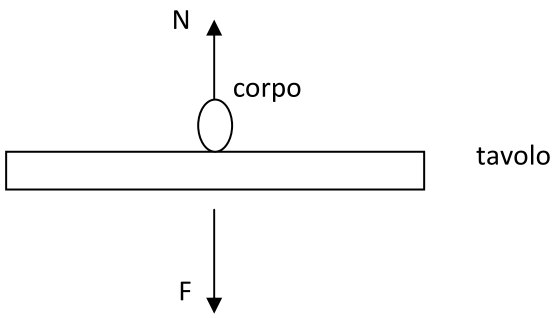


Figura 3.2

Quindi:

$$\vec{F} - \vec{N} = 0 \rightarrow \vec{F} = \vec{N}$$

E' bene ricordarsi che purtroppo la reazione vincolare non viene calcolata mediante una formula bensì deve essere calcolata caso per caso. Prima di fornire una breve classificazione delle varie forze che si possono incontrare nella dinamica, è bene indicare l'unità di misura della forza. Siccome la forza è il prodotto della massa per l'accelerazione si ottiene facilmente la seguente analisi dimensionale:

$$Kg \cdot \frac{m}{s^2} \ o \ equivalentemente \ il \ \boldsymbol{Newton} \ (\boldsymbol{N})$$

Il primo tipo di forza elementare che analizziamo è la forza peso. La forza peso è una forza diretta sempre verso il basso (verso la terra) e vale:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} \qquad (3.5)$$

Dove $\vec{g}$ è il vettore accelerazione gravitazionale ed in modulo vale: g=9,8 $\frac{m}{s^2}$.

La forza peso è chiaramente una forza costante e produce ovviamente una accelerazione costante g sul corpo stesso. Supponiamo ora di appoggiare su un piano orizzontale un determinato corpo di massa m. Supponiamo di applicare sul corpo una forza $\vec{F}$ anch'essa orizzontale (quindi parallela al piano). La seguente figura illustra quanto appena esposto:

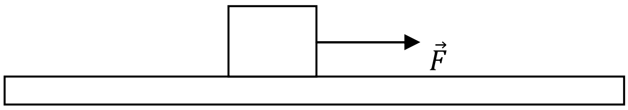


Figura 3.3

La prima cosa da fare quando si vuole effettuare uno studio sul comportamento del corpo in queste situazioni, è quello di effettuare un bilancio di forze. Innanzitutto, essendo il corpo sul piano, esso subirà sicuramente la forza peso diretta verso il basso, ma subirà anche la reazione vincolare che il piano stesso esercita sul corpo diretta verso l'alto. Questo permette al corpo di rimanere sul piano (non esiste movimento l'ungo l'asse y). La seguente figura illustra la situazione:

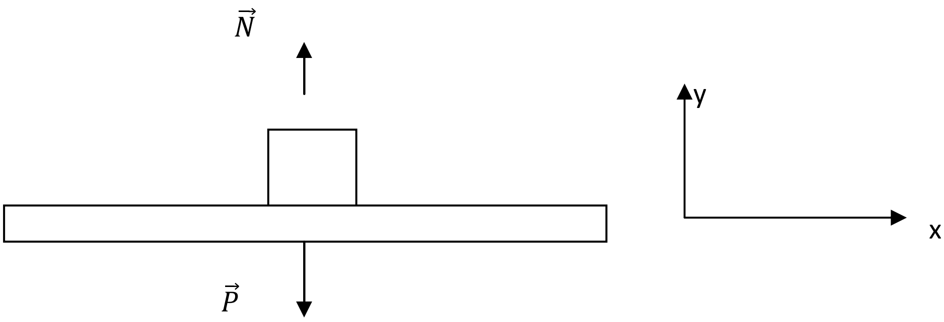


Figura 3.4

Lungo l'asse y si avrà quindi la seguente equazione di bilancio:

$$\vec{N} = \vec{P}$$

Lungo l'asse orizzontale (lungo l'asse delle x), l'unica forza che sembrerebbe agire è la forza $\vec{F}$. Uso il condizionale in maniera esplicita in quanto questo dipende dal tipo di piano. Se il piano è **liscio** ossia non presenta attriti allora la precedente affermazione è vera, altrimenti se il piano non è lisco, ma per esempio presenta degli attriti, allora la precedente affermazione non è più vera. In quest'ultimo caso entra in gioco un nuovo tipo di forza che prende il nome di **forza di attrito** che è contraria al moto del corpo e quindi è contraria alla forza orizzontale $\vec{F}$. A questo punto è bene effettuare una netta distinzione tra ciò che succede al corpo quando è già in movimento e ciò che succede al corpo quando è fermo. Più precisamente se si applica una forza $\vec{F}$ ma il corpo non entra mai in movimento (rimane fermo) allora la forza di attrito è tale da impedire al corpo stesso di iniziare a muoversi e tale forza di attrito prenderà il nome di **forza di attrito statico**. In modulo tale forza vale:

$$\vec{F_s} = \mu_s \cdot \vec{N} \qquad (3.6)$$

Dove μ_s è il **coefficiente di attrito statico** e rappresenta un valore scalare. Tale coefficiente dipende chiaramente dal tipo di materiale con cui è fatto il piano. Il corpo entrerà in movimento se e soltanto se la forza orizzontale supererà in modulo la forza di attrito statico. Quindi:

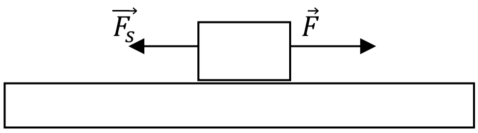


Figura 3.5

$$se\ \vec{F} > \vec{F_s} = \mu_s \cdot \vec{N}\ \rightarrow il\ corpo\ entra\ in\ movimento$$

Una volta superata la barriera della forza di attrito statico, il corpo inizia a muoversi, ma per mantenere il moto il corpo deve superare anche una forza detta **forza di attrito dinamico** la quale si oppone anch'essa al moto e compare soltanto se il corpo è in movimento. Il modulo di tale forza è:

$$\vec{F}_d = \mu_d \cdot \vec{N} \qquad (3.7)$$

Dove μ_d è il **coefficiente di attrito dinamico** e dipende anch'esso dal tipo di superficie. Sperimentalmente risulta sempre vera la seguente condizione:

$$\mu_d < \mu_s \qquad (3.8)$$

Ossia il coefficiente di attrito dinamico è sempre più piccolo del coefficiente di attrito statico e pertanto la forza di attrito dinamica è sempre meno intensa della forza di attrito statica. Questo anche perché il corpo ormai è già in movimento. Vediamo subito un banalissimo esempio chiarificatore. Supponiamo di avere a disposizione un blocco di acciaio di massa pari a 10Kg. Supponiamo che tale blocco sia fermo su un tavolo. Supponendo che il coefficiente di attrito statico sia pari a 0,50, vogliamo dapprima calcolare il valore della forza orizzontale che permetterà al blocco di muoversi. Eseguiamo immediatamente un bilancio di tutte le forze in gioco scomponendo il bilancio sia lungo l'asse orizzontale (x) sia lungo l'asse verticale (y). Graficamente si ha:

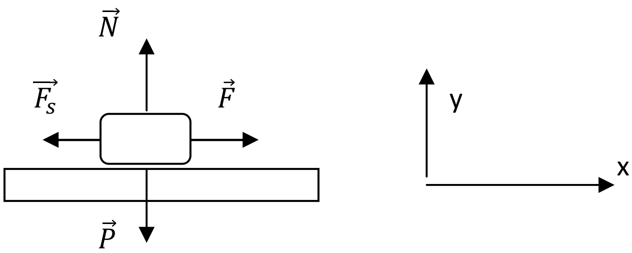


Figura 3.6

Lungo l'asse y abbiamo:

$$\vec{N} - \vec{P} = 0 \rightarrow \vec{N} - m\vec{g} = 0 \rightarrow \vec{N} = m\vec{g}$$

Quindi lungo l'asse y non c'è moto. Analizziamo il bilancio di forze lungo l'asse x:

$$\vec{F} - \vec{F}_s = 0 \rightarrow \vec{F} = \vec{F}_s \rightarrow \vec{F} = \mu_s \cdot \vec{N} = \mu_s \cdot m\vec{g}$$

Pertanto la forza dovrà avere un modulo superiore a $\mu_s \cdot m\vec{g}$. Supponiamo ora di voler calcolare l'intensità della stessa forza che agisce sul blocco di acciaio quando però forma un angolo di 50° rispetto al piano orizzontale. La situazione cambia sensibilmente come viene mostrato in figura:

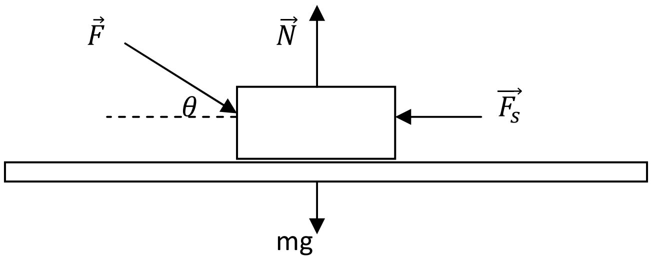


Figura 3.7

Nella figura viene mostrata una forza $\vec{F}$ che forma un angolo di 50° rispetto al piano orizzontale. In questo caso il bilancio di forze cambia sensibilmente in quanto è necessario, sia per l'asse delle x sia per l'asse delle y, tenere in considerazione le due componenti della forza (quella orizzontale e quella verticale).Pertanto si può scrivere:

asse x: $\vec{F}\cos\theta - \vec{F_s} = 0$

asse y: $\vec{F}\sin\theta + \vec{N} - mg = 0$

Una volta che il corpo entra in movimento, ossia quando:

$$\vec{F}\cos\theta > \vec{F_s}$$

Allora entra in gioco la forza di attrito dinamico, la quale ovviamente si oppone al moto del corpo. Pertanto si scrive:

$$\vec{F}\cos\theta - \vec{F_d} = ma$$

Come si può facilmente notare, non siamo più in condizioni di stazionarietà, e pertanto il membro a destra del segno di uguale non sarà più nullo bensì sarà uguale al prodotto della massa del corpo per la sua accelerazione, in quanto per la nota legge di Newton, la forza risultante su un dato corpo è uguale al prodotto della sua massa per l'accelerazione (condizione di moto). Pertanto possiamo riassumere dicendo che un corpo può trovarsi in uno stato di quiete o di moto rettilineo uniforme se e soltanto se:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = 0 \qquad (3.9)$$

Altrimenti entra in movimento secondo la relazione di Newton:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = ma \qquad (3.10)$$

Consideriamo ora un esempio un po' più complesso, ossia consideriamo un piano che non è più orizzontale bensì è inclinato. In questo caso le cose si complicano un po' in quanto, per la stesura delle equazioni del moto bisogna considerare entrambe le componenti della forza risultante. Consideriamo, a titolo di esempio, la seguente figura:

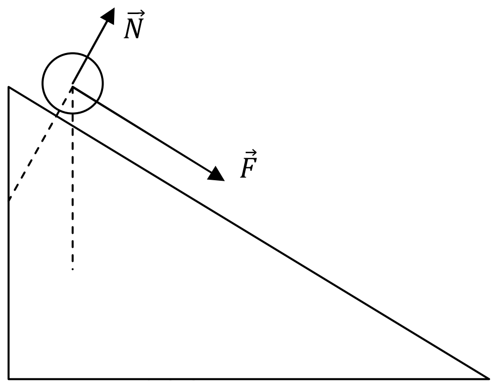


Figura 3.8

angolo θ

Come si può facilmente notare, qui sono presenti due componenti, una orizzontale ed una verticale, diversi da zero,e quindi il bilancio di forze diventa:

asse x: $mg\sin\theta + \vec{F} = ma$

asse y: $\vec{N} - mg\cos\theta = 0$

Queste condizioni sono le condizioni di moto del corpo sul piano inclinato. Inoltre la condizione sull'asse y afferma che non c'è moto su tale asse. Questo vuol dire che il corpo rimane attaccato al piano inclinato, e non si stacca da esso. Pertanto si ha:

$$\vec{N} = mg\cos\theta$$

Se non vi è nessuna forza che spinga verso il basso il corpo ($\vec{F} = 0$) e l'unica forza che fa muovere il corpo sul piano è la forza peso, allora possiamo riscrivere l'equazione sull'asse delle x in questo modo:

$$mg\sin\theta = ma$$

E pertanto l'accelerazione che il corpo subisce scendendo verso il basso è un'accelerazione di tipo costante il cui modulo vale:

$$a = g\sin\theta \qquad (3.11)$$

In poche parole lungo l'asse y non c'è alcun moto, ma lungo l'asse x il moto è uniformemente accelerato con un'accelerazione a chiaramente costante ma in modulo minore dell'accelerazione gravitazionale. Si ricordi infatti che $\sin\theta$ è un numero compreso tra 0 e 1, e vale 0 se l'angolo è nullo (piano orizzontale) e quindi l'accelerazione è nulla mentre vale se l'angolo è retto (90°) allora il seno è massimo (1) e pertanto l'accelerazione è quella gravitazionale (caduta libera di un corpo). Nel caso in cui vi è attrito tra il corpo ed il piano inclinato, allora bisogna considerare anche il coefficiente di attrito dinamico e pertanto la precedente espressione della velocità assume la seguente forma:

$$mg\sin\theta - \mu_d mg\cos\theta = ma$$

E quindi:

$$g(\sin\theta - \mu_d \cos\theta) = a$$

Pertanto se $\mu_d < \tan\theta$, l'accelerazione è positiva, altrimenti è negativa. In particolare si ha:

$$a = 0\ per\ \mu_d = \tan\theta$$

ESEMPIO: Vediamo ora un semplice esempio. Supponiamo di avere a disposizione un corpo di massa 2 Kg che scende lungo un piano inclinato di 45° ed alto 3 metri. Si suppone che tra il corpo ed il piano ci sia un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0{,}4$. Vogliamo calcolare la velocità con cui il corpo arriva al suolo. Graficamente si ha:

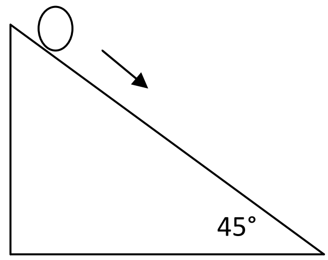


Figura 3.9

L'unica forza responsabile della discesa del corpo lungo il piano inclinato è la forza peso. Tale forza in modulo vale: mg. Pertanto effettuando correttamente il bilancio delle forze sui due assi si ha:

asse x: $mg \sin 45° = ma$

asse y: $\vec{N} = mg \cos 45°$

pertanto l'accelerazione che il corpo subisce è costante e vale: $a = g \sin 45°$. Siccome il moto è uniforma mante accelerato e la velocità iniziale del corpo è nulla, si ha:

$$v = v_i + at = at = g \sin 45°\, t$$

Ricordandosi inoltre che :

$L = \frac{1}{2}at^2$ (lo spazio percorso nel caso di moto uniformemente accelerato)

Ed:

$L = H/\sin 45°$ dove H è l'altezza del piano (formula trigonometrica vedere relativa appendice)

Si ottiene facilmente:

$$H/\sin 45° = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t = \sqrt{(2H/a \sin 45°)} = t$$

A questo punto sostituendo il tempo trovato nella relazione fondamentale del moto uniformemente accelerato si ottiene la velocità finale con cui il corpo raggiunge il suolo.

Un'altra forza piuttosto importante in fisica è la **forza elastica** spesso indicata con $\vec{F}_e$. Tale forza si presenta sempre quando siamo di fronte ad una molla, illustrata schematicamente qui sotto:

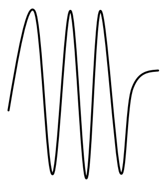


Figura 3.10

In campo industriale l'utilizzo delle molle è notevole. Si pensi, a titolo di esempio, agli ammortizzatori delle biciclette delle moto o delle autovetture. Non solo, le molle vengono ampiamente utilizzate nelle bilance. Vediamo brevemente le molle di uso più comune:

1. **Molla a torsione** è la classica molla sui cui si può agire per compressione oppure per trazione. In sostanza, in entrambi i casi, ciascun punto della molla (composta essenzialmente da un filo metallico avvolto a forma di spirale cilindrica) è sottoposto ad una leggera torsione su se stesso.
2. **Molla a flessione** è la molla incastrata ad un estremo e caricata dall'altro.

Chiaramente una molla inizialmente si trova nella condizione di riposo (la cui posizione indichiamo con x_0). Una molla può essere compressa oppure estesa. Nel caso della molla compressa, abbiamo una situazione del seguente tipo:

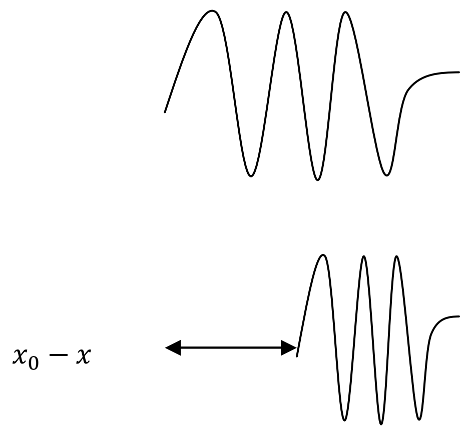


Figura 3.11

Come viene mostrato in figura, la molla viene compressa di un tratto lungo x dalla posizione iniziale di riposo ($x_0 - x$). Analoga situazione si ha con l'espansione della molla:

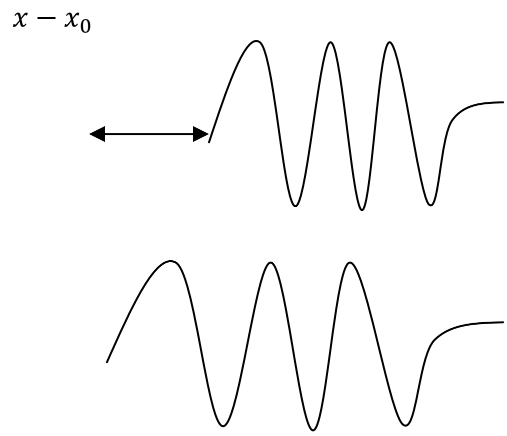


Figura 3.12

In entrambi i casi comunque si evince facilmente che siamo in presenza di una forza (di compressione o di espansione) che genera un moto rettilineo lungo l'asse orizzontale x del tipo:

$$\vec{F} = -kx\vec{U}_x \qquad (3.12)$$

Dove $\vec{U}_x$ è il versore lungo l'asse x. Tale forza viene applicata sempre tramite una molla. L'accelerazione dovuta a questa molla è data da:

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \qquad (3.13)$$

Si noti infatti che per definizione la velocità angolare è data da:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Dove lo spostamento complessivo è 2π (oscillazione completa). Pertanto il periodo (il tempo necessario a compiere l'intera oscillazione) è dato da:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Ma, siccome l'accelerazione è la forza divisa la massa, allora si può anche scrivere:

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{kx}{m} \rightarrow se\ a = -\omega^2 x \rightarrow -\omega^2 x = -\frac{kx}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (3.14)$$

Allora, per forza di cose, il periodo sarà dato da:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (3.15)$$

Quindi possiamo concludere dicendo che è vero che il moto è di tipo rettilineo ma è altrettanto vero che siamo in presenza di un moto armonico semplice. Si noti che in realtà la x che compare nella relazione fondamentale 3.12 in realtà rappresenta l'allungamento della molla $(x - x_0)$. Pertanto il segno meno davanti alla costante k è sempre presente.

La costante k prende il nome di **costante elastica**.

<u>ESEMPIO:</u> Vediamo subito un esempio. Supponiamo di avere a disposizione un corpo di massa m posto tra due molle in equilibrio (quindi ne compresse ne allungate). Supponiamo ora di voler cambiare tale posizione di equilibrio, ossia di voler spostare verso sinistra il corpo. Chiaramente una volta lasciato libero di muoversi, il corpo oscillerà attorno alla posizione di equilibrio, fino al suo raggiungimento. Vogliamo calcolare la pulsazione di oscillazione. Innanzitutto, se spostiamo di una quantità L il corpo dalla posizione di equilibrio,esso sarà soggetto alle due forze elastiche che chiamiamo per comodità $F_1 \, e \, F_2$. La figura seguente mostra chiaramente la situazione:

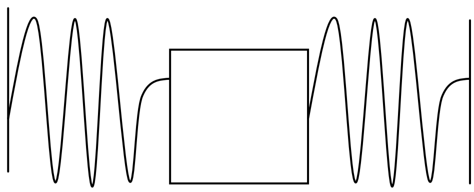


Figura 3.13

I moduli delle due forze sono rispettivamente:

$$F_1 = -k_1 x$$

$$F_2 = -k_2 x$$

In questo caso x rappresenta lo spostamento del corpo dalla posizione di equilibrio. Se proviamo a spostare il corpo da sinistra verso destra di una quantità pari a ‘x’, il corpo stesso sarà sottoposto alle due forze elastiche tali che:

$$-k_1 x - k_2 x = ma \rightarrow x(-k_1 - k_2) = ma$$

Dividendo ambo i membri per la massa m si ottiene:

$$\frac{-(k_1 - k_2)}{m} x = a \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

Un’altra forza da esaminare è la **forza di attrito viscoso.** Tale forza è una forza che si oppone al moto ed è proporzionale alla velocità del corpo a cui tale forza è soggetta. Solitamente tale forza di ha se un corpo si muove in un liquido oppure in un gas. Formalmente tale forza vale:

$$\vec{F} = -b\vec{v} \qquad (3.16)$$

E pertanto l’accelerazione vale:

$$\vec{a} = -\frac{b\vec{v}}{m} \qquad (3.17)$$

Se consideriamo,a titolo di esempio, il seguente recipiente riempito di un liquido, e vi immergiamo al suo interno un corpo di massa m, possiamo facilmente effettuare il bilancio di forze nel seguente modo:

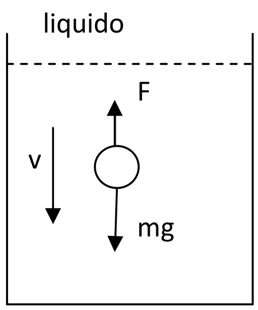


Figura 3.14

$$\vec{F} - m\vec{g} = m\vec{a} \rightarrow -b\vec{v} - m\vec{g} = m\vec{a}$$

Consideriamo ora il seguente semplicissimo esempio. Supponiamo di avere a disposizione una lampada appesa ad un soffitto. Graficamente si ha una situazione del seguente tipo:

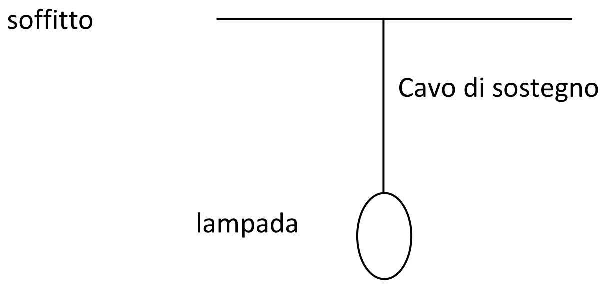


Figura 3.15

La situazione mostrata in figura è una situazione molto ricorrente nella vita di tutti i giorni. Capita infatti spesso di avere appeso al soffitto un qualche oggetto, oppure di avere un qualche tipo di cavo che mantiene un corpo. In questi casi nasce l'esigenza di definire come lavora il cavo di sostegno nei confronti del corpo. Il cavo di sostegno esercita una determinata forza sul corpo, e per il principio di azione e reazione, il corpo agisce sul cavo di sostegno con una forza uguale e contraria. Allora possiamo definire **tensione** quella forza che ha una direzione di applicazione diretta lungo il filo. Un cavo (filo) ideale è in grado di mantenere sospeso qualsiasi corpo, ma purtroppo nella realtà non è così. Nel mondo reale i cavi sono per l'appunto reali e quindi possono sopportare una massima tensione (che chiamiamo per comodità T_{max}) oltre la quale il cavo si spezza. Mentre un filo funzione principalmente in trazione, una bacchetta rigida (un cavo rigido) può funzionare sia in trazione sia in compressione. La seguente figura mostra quanto appena detto:

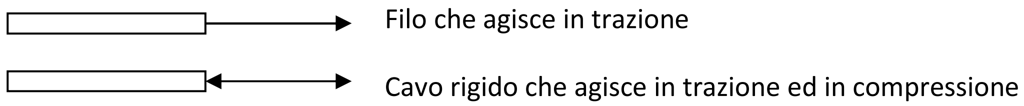
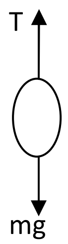


Figura 3.16

Tornando all'esempio della lampada, svolgendo il bilancio di forze si avrà:



Pertanto, affinché la lampada rimanga appesa al soffitto, è necessario che:

$$T - mg = 0 \rightarrow T = mg$$

Ossia la tensione sia pari alla forza peso (pari o superiore).

<u>ESEMPIO:</u> Vediamo ora un esempio un po' più complesso. Supponiamo di avere a disposizione due blocchi di massa rispettivamente $m_1 e\ m_{2.}$ Vogliamo calcolare la tensione tra questi due blocchi sapendo che essi sono disposti nel seguente modo:

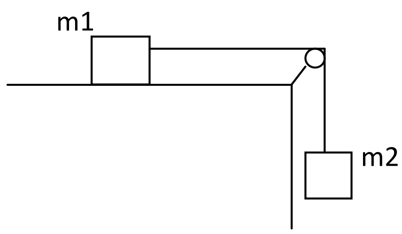


Figura 3.17

Osserviamo subito che sul blocco di massa m2 agisce soltanto la forza peso e la tensione della fune come mostrato di seguito:

Pertanto si avrà:

T-mg=0 per fare in modo che non ci sia moto

Ma analizziamo nel dettaglio i due corpi partendo dal corpo di massa m1. Per il corpo di massa m1 abbiamo le seguenti equazioni lungo i rispettivi assi:

x: $\vec{N} + m_1\vec{g} + \vec{T} = m_1\vec{a}_1$

y: $\vec{N} - m_1\vec{g} = 0 \rightarrow \vec{N} = m_1\vec{g}$

Per il secondo corpo abbiamo:

x: non c'è moto

y: $\vec{T} - m_2\vec{g} = m_2 a_2$

Bisogna fin da subito notare che $a_1 = a_2$ in quanto i due blocchi si muovono con la stessa accelerazione (sono legati da una fune quindi l'accelerazione è la stessa). Pertanto si ha:

$$\vec{T} = m_1\vec{a}$$

In quanto la componente ortogonale al piano non influisce sul moto del blocco di massa m1. Pertanto:

$m_1 a - m_2 g = m_2 a \rightarrow a = \frac{m_2 g}{(m_1+m_2)}$ e quindi: $T = m_1 a$

In quest'ultimo passaggio siamo passati nel dominio scalare.

3.3 LAVORO, POTENZA ED ENERGIA:

Consideriamo ora un generico punto materiale che si sposta lungo una determinata traiettoria da un punto A verso un punto B, come viene mostrato di seguito:

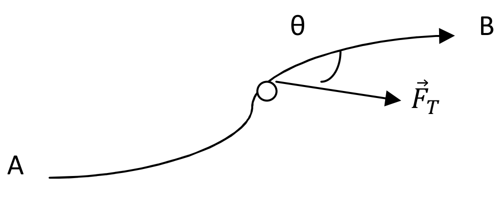


Figura 3.18

Vogliamo definire ora una grandezza fisica scalare legata alla forza che agisce sul punto materiale ed al suo spostamento. Definiamo **lavoro (L)** quella grandezza scalare data dal prodotto della forza che agisce sulla particella per il suo spostamento. Fornendo una definizione formale e quindi precisa, è necessario utilizzare l'integrale esteso a tutto il tratto di percorso delimitato dagli estremi A e B, e quindi:

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B F \cos\theta \, ds = \int_A^B F_T ds \qquad (3.18)$$

Quindi il lavoro è l'integrale di linea (vedere appendice A) della forza per lo spostamento. L'angolo θ è l'angolo compreso tra la traiettoria e la forza. Analizziamo ora brevemente i casi particolari che si possono presentare:

1. Caso in cui l'angolo θ=$\frac{\pi}{2}$. In questo caso abbiamo che il lavoro è nullo, in quanto $\cos\theta = 0$.

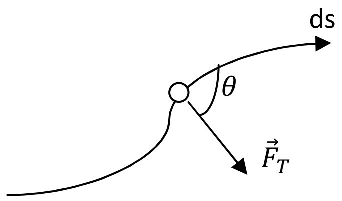


Figura 3.19

2. Caso in cui $\theta > \frac{\pi}{2}$ e pertanto il lavoro risulta essere negativo ed in questo caso si parla di **lavoro resistente.**

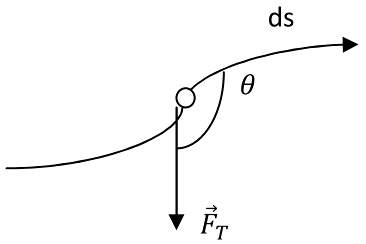


Figura 3.20

3. Caso in cui $\theta < \frac{\pi}{2}$, e pertanto il lavoro è positivo e quindi si parla di **lavoro motore**.

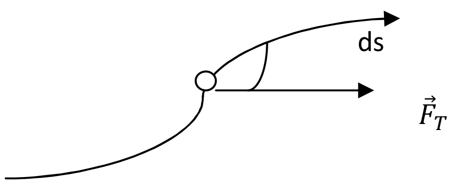


Figura 3.21

Si può generalizzare il tutto dicendo che se la forza risultante è data dalla somma di 'n' forze, allora anche il lavoro sarà dato dalla somma degli 'n' lavori. Quindi:

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n) \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{F}_1 \cdot d\vec{s} + \int_A^B \vec{F}_2 \cdot d\vec{s} + \dots . = L_1 + \cdots + L_n \qquad (3.19)$$

Definiamo invece la **potenza,** che indichiamo per comodità con la lettere P, come il rapporto del lavoro per l'unità di tempo. In sostanza, la potenza è una grandezza che descrive quanto lavoro viene compiuto o subito nell'unità di tempo. Formalmente si ha:

$$P = \frac{dL}{dt} = \vec{F} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \qquad (3.20)$$

L'espressione 3.20 è la definizione formale della **potenza istantanea**. La **potenza media** è data semplicemente dal rapporto del lavoro per il tempo, e quindi:

$$P = \frac{L}{t}$$

Detto ciò vediamo le unità di misura del lavoro e della potenza. Il lavoro è il prodotto del Newton per il metro (N·m) e quindi l'unità di misura del lavoro è il **joule (J)**. L'unità di misura della potenza è:

$$\frac{joule}{secondo} = WATT\ (W)$$

Riconsideriamo ora la definizione di lavoro. Abbiamo:

$$dL = F_T ds = ma_t ds$$

Siccome l'accelerazione tangenziale a_t è, per definizione, la derivata della velocità rispetto al tempo, si ottiene:

$$dL = F_T ds = ma_t ds = m\frac{dv}{dt}ds = m\frac{ds}{dt}dv = mvdv$$

Integrando si ottiene:

$$L = \int_A^B F_T ds = \int_A^B mvdv = m\int_A^B vdv = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Definiamo **energia cinetica** una energia di movimento e pertanto una energia legata alla velocità della particella. Formalmente:

$$\Delta E_c = E_{c,B} - E_{c,A} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \qquad (3.21)$$

Quindi il lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica. La relazione 3.21 è nota come **teorema dell'energia cinetica**. Pertanto si può definire anche l'energia cinetica come il lavoro che si compie su una particella di massa m per portare la stessa dalla velocità iniziale v_A verso la velocità finale v_B. L'unità di misura dell'energia cinetica è il Joule.

Vediamo ora qualche semplice esempio. Supponiamo di considerare una particella di massa m=1g, che inizialmente è ferma, ma dopo viene accelerata fino alla velocità di 3 m/s. Vogliamo sapere quale lavoro viene compiuto sulla particella durante l'accelerazione. Innanzitutto, il lavoro è positivo (lavoro motore) in quanto la forza ha la stessa direzione dell'accelerazione. Siccome l'energia cinetica è:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

E notando che la velocità iniziale è nulla(corpo fermo) si ottiene:

$$L = \frac{1}{2}mv^2 = \dots..$$

Consideriamo ora questo secondo semplicissimo esempio. Supponiamo di avere un corpo che peso 50 Kg che acquista una velocità di 100 Km/h in 30 secondi. Vogliamo calcolare la sua energia cinetica dopo questi 30 secondi, e la sua potenza media (si trascurino le varie forze di attrito). Innanzitutto nel testo non viene specificata la velocità iniziale che per altro possiamo tranquillamente considerare nulla (corpo parte da fermo). In questo caso si ha:

$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}50 \cdot (1 \cdot 10^2)^2$

Siccome il lavoro è: $L = \Delta E_c \rightarrow P = \frac{\Delta E_c}{t}$

Sostituendo le variabili con i rispettivi valori numerici ed effettuando le opportune conversioni si ricavano rispettivamente il lavoro e quindi ‘energia cinetica e la potenza richiesta. L’energia cinetica si può anche calcolare conoscendo la quantità di moto, nella seguente maniera:

$$\vec{p} = m\vec{v}, \qquad E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow E_c = \frac{p^2}{2m}$$

Vediamo ora di calcolare il lavoro per lacune delle forze viste in precedenza. In particolare riconsideriamola forza peso. Analizziamo in merito la seguente situazione:

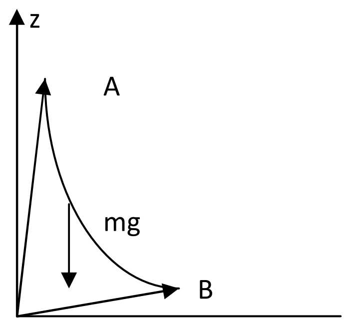


Figura 3.22

Siccome la forza peso è diretta sempre verso il basso, possiamo tranquillamente scrivere la formula per ricavare il lavoro:

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \int_A^B d\vec{s}$$

Infatti la forza è costante (mg) e quindi può essere portata fuori dal simbolo di integrale. Pertanto:

$$L = m\vec{g}\vec{r}_{A,B}$$

Dove:

$$\vec{r}_{A,B} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = vettore\ che\ va\ dal\ punto\ A\ verso\ il\ punto\ B$$

Tale vettore ha come unico componente il componente lungo l’asse z e pertanto, siccome la forza peso è diretta verso il basso, si ha:

$$\vec{r}_B - \vec{r}_A = z_B - z_A$$

E pertanto:

$$L = -mg(z_B - z_A) = -\left(E_{p,B} - E_{p,A}\right) = -\Delta E_p \qquad (3.22)$$

Quest'ultima relazione è fondamentale. Con $E_p$indichiamo **l'energia potenziale** la quale è una energia di posizione ossia non è legata alla velocità che possiede una particella bensì è legata alla sua posizione. Il segno meno posto davanti alla relazione (3.22) è dovuta al fatto che la forza peso è diretta verso il basso. Intuitivamente la variazione di energia potenziale è giusto che risulti essere negativa in quanto il corpo cade e la quota del punto B è minore della quota del punto A, e quindi per questo motivo la variazione di energia potenziale è negativa ossia l'energia potenziale diminuisce. Quanto abbiamo visto si applica nelle medesime condizioni per tutte quelle forze il cui modulo è costante. Analizziamo ora il caso della forza elastica. Tale forza non è costante e quindi bisogna trattarla in maniera leggermente diversa. Scriviamo la formula del calcolo del lavoro per questa forza:

$$L = \int_A^B -kx\vec{U}_x \cdot dx\vec{U}_x = -k\int_A^B xdx = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2 = -\Delta E_p \qquad (3.23)$$

Anche nel caso della forza elastica abbiamo che il lavoro è uguale alla variazione negativa dell'energia potenziale. In quest'ultimo caso non abbiamo a che fare con la quota bensì con la posizione della molla rispetto al punto di riposo, ma le considerazioni fatte in precedenza rimangono inalterate. Vediamo ora il calcolo del lavoro per le forze di attrito (dinamico). Scriviamo:

$$L = \int_A^B \vec{F}_d \cdot d\vec{s} = \int_A^B \mu_d N ds = \mu_d N \int_A^B ds$$

A questo punto è bene fare una importantissima precisazione. Nel caso visto in precedenza della forza peso l'integrale tra A e B dell'ascissa curvilinea in realtà è la differenza dei due vettori di posizione $\vec{r}_B e\, \vec{r}_A$ che rappresentano la quota raggiunta dal corpo. Nel caso delle forze di attrito, $\int_A^B ds$ rappresenta proprio la lunghezza del percorso tra A e B misurata lungo la traiettoria effettiva della particella. Quindi, a seconda della traiettoria percorsa dal punto materiale, si avrà un differente valore del lavoro. Si noti che il lavoro di una forza di attrito è sempre negativo (lavoro resistente) in quanto la forza di attrito è una forza che si oppone sempre la moto di un corpo. Abbiamo così visto che il lavoro può essere calcolato nella medesima maniera, ma nel caso di forze come la forza peso oppure la forza elastica tale lavoro è uguale alla differenza di energia potenziale, mentre per altre forze, come per esempio le forze di attrito, tale lavoro non calcolabile come la semplice variazione di energia potenziale. Pertanto, da queste semplicissime osservazione possiamo trarre alcune importantissimi conclusioni. Le forze possono essere grossolanamente classificate in:

1. **Forze conservative**, ossia forze il cui lavoro non dipende dalla particolare traiettoria ma soltanto dagli estremi del percorso. Quindi formalmente:

$$\int_A^B (\vec{F} \cdot d\vec{s})_1 = \int_A^B (\vec{F} \cdot d\vec{s})_2$$

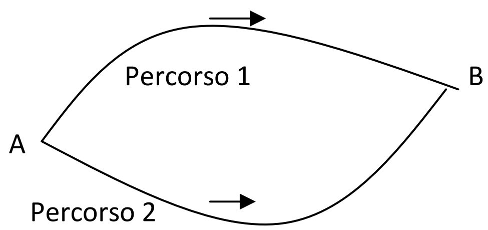


Figura 3.23

2. **Forza non conservative**, ossia forze il cui lavoro dipende strettamente dal tipo di traiettoria percorsa dal corpo.

E' importantissimo notare che, se abbiamo di fronte un problema in cui **compaiono soltanto forze conservative** (caso fortunato), è possibile risolverlo in maniera semplice ed elegante. Infatti per le forze conservative sappiamo che:

$$L = \Delta E_c = -\Delta E_p$$

Consideriamo ora un percorso chiuso ossia un percorso del seguente tipo:

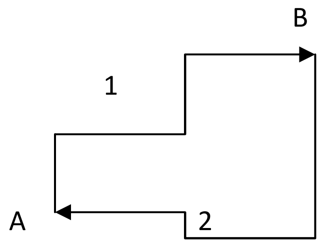


Figura 3.24

In questo caso, se siamo in presenza di forze conservative si ha:

$$L = \int_A^B (\vec{F} \cdot d\vec{s})_1 = \int_A^B \left(\vec{F} \cdot d\vec{s}\right)_{-2} = 0$$

Questa relazione ci dice che il lavoro di un qualsiasi percorso chiuso ed in presenza solo di forze conservative è nullo, e quindi generalizzando si può anche scrivere:

$$\oint \left(\vec{F} \cdot d\vec{s}\right) = 0 \qquad (3.24)$$

Quest'ultimo integrale (si veda appendice A) prende il nome di **integrale di circuitazione**. Il fatto appena illustrato non dovrebbe sorprenderci più di tanto in quanto il lavoro dipende solo dagli estremi della traiettoria e non dalla traiettoria stessa. Per questo motivo, se gli estremi combaciano è ovvio che non vi è alcuna variazione di energia potenziale e quindi il lavoro è nullo. Riconsideriamo ora la situazione illustrata in figura 3.22 e che qui viene riproposta per comodità:

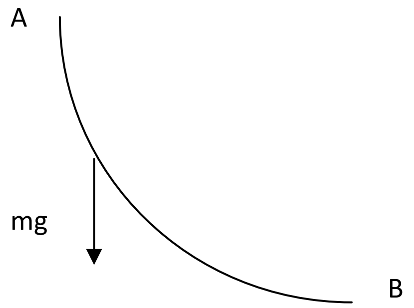


Figura 3.25

Supponiamo che il corpo cada dall'altezza z_A verso il basso fino a raggiungere la quota z_B. Alla quota iniziale (z_A) il corpo possiederà velocità nulla. Man mano che scende aumenta la velocità a discapito della quota. Quindi aumenterà l'energia cinetica posseduta dal corpo a discapito della sua energia potenziale. Per le forze conservative, e soltanto per le forze conservative, possiamo affermare che la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale del corpo rimane costante lungo tutta la traiettoria,ossia:

$$energia\ cinetica_A + energia\ potenziale_A = energia\ cinetica_B + energia\ potenziale_B$$

Quest'ultima relazione, di fondamentale importanza afferma la costanza dell'energia meccanica. Infatti possiamo definire **l'energia meccanica** come somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale, e possiamo quindi scrivere:

$$E_m = E_c + E_p \qquad (3.25)$$

Pertanto la precedente espressione semplicemente accennata può essere riscritta in maniera più formale nella seguente maniera:

$$E_{c,A} + E_{p,A} = E_{c,B} + E_{p,B}$$

E quindi:

$$E_{m,A} = E_{m,B} \qquad (3.26)$$

La relazione 3.26 descrive quello che va sotto il nome di **principio di conservazione dell'energia meccanica**. Questo principio è **valido soltanto se siamo in presenza di forze conservative**. Se, nel problema che stiamo analizzando è presenta anche una sola forza non conservativa allora non si può applicare tale principio. Ci chiediamo ora: quali sono le forze conservative e le forze non conservative? La risposta è piuttosto banale. Le forze conservative sono tutte quelle forze per cui il lavoro è uguale alla differenza di energia potenziale ossia la **forze peso, la forze elastica,..** mentre le forze non conservative sono forze per cui non è possibile affermare quanto appena detto. Le **forze di attrito e le forze dissipative** sono forze non conservative. Vediamo subito un esempio. Supponiamo di avere a disposizione un corpo di massa pari a 2 Kg che si muove con una velocità costante di 3 m/s su un piano orizzontale privo di attrito. Durante il suo moto il corpo incontra un piano inclinato di 45°. Si vuole calcolare a che altezza si ferma il corpo. Il problema non presenta particolari difficoltà tecniche in quanto il piano è liscio e quindi per definizione privo di attrito. Questo significa che non ci sono forze di attrito e le uniche forze che agiscono sono forze conservative. Per questo motivo è possibile scrivere la relazione sulla costanza dell'energia meccanica.

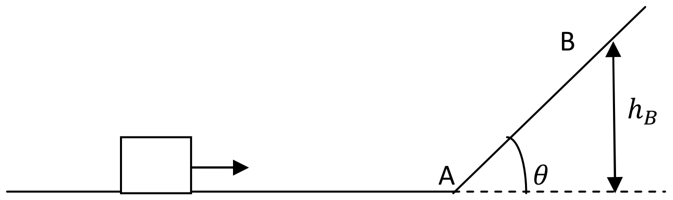


Figura 3.26

Siccome lungo il tratto rettilineo il moto che si ha è rettilineo uniforme, si ha che alla base del piano inclinato la velocità è ancora di 3 m/s. In quel punto l'energia potenziale è nulla (siamo ancora a terra) mentre l'energia cinetica vale:

$$E_{c,A}=\frac{1}{2}mv^2$$

Pertanto l'energia meccanica nel punto A (alla base della rampa) vale:

$$E_{m,A}=E_{c,A}+E_{p,A}=E_{c,A}=\frac{1}{2}mv^2$$

Nel punto di massima altezza raggiunta dal corpo (punto B) abbiamo una velocità chiaramente nulla, e pertanto una energia cinetica nulla, ma un energia potenziale pari a:

$$E_{p,B}=mgh_B$$

Siccome l'energia cinetica in B è nulla si ottiene che l'energia meccanica nel punto B è data da:

$$E_{m,B}=E_{c,B}+E_{p,B}=E_{p,B}=mgh_B$$

Pertanto, utilizzando la relazione di costanza dell'energia meccanica si ha:

$$E_{m,A}=E_{m,B}$$

Quindi:

$$\frac{1}{2}mv^2=mgh_B \rightarrow h_B=\frac{v^2}{2g}$$

Vediamo ora di raggruppare tutti i concetti visti fino ad ora su forze lavoro e potenza e cerchiamo in qualche modo di generalizzare il tutto. Riconsideriamo la formula per il calcolo del lavoro, trattandola però ora in maniera infinitesimale, e quindi utilizzando le derivate (maniera più formale e corretta):

$$dL=\vec{F}\cdot d\vec{s}=F_x dx+F_y dy+F_z dz=-dE_p \qquad (3.27)$$

Dove chiaramente F_x, F_y, F_z sono le componenti della forza conservativa lungo i tre assi cartesiani (la forza è conservativa altrimenti non ha senso uguagliarla con l'energia potenziale). Per un percorso chiuso ovviamente si ha:

$$\oint F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0$$

Quest'ultima condizione ci permette di affermare che:

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}$$

$$F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y}$$

$$F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}$$

Quindi la derivata parziale (si veda appendice A) dell'energia potenziale rispetto alla variabile x fornisce la componente lungo l'asse x della forza. Analogo discorso vale per le altre dimensioni. Questo passaggio che matematicamente appare ostico in realtà non lo è. Innanzitutto l'energia potenziale è una funzione scalare dello spazio e pertanto si può scrivere:

$$E_p = E_p(x, y, z)$$

L'energia potenziale rappresenta la capacità che un corpo ha di compiere lavoro in base alla sua posizione. Derivando l'energia potenziale rispetto ad una coordinata si ottiene la forza lungo quella coordinata. Compattando la relazione 3.27 si ottiene la seguente forma compatta in cui compare il **gradiente:**

$$\vec{F} = -\boldsymbol{gradE_p} = -\nabla E_p \qquad (3.28)$$

Il gradiente è una funzione a più variabili che dato uno scalare produce un vettore. Pertanto un gradiente è una grandezza vettoriale che indica come varia una grandezza fisica in funzione di determinati parametri (nel nostro caso come varia l'energia potenziale in funzione dei tre assi x,y,z). Chiudiamo ora il capitolo sulla dinamica di un punto materiale definendo due concetti che risulteranno molto utili nel proseguio del discorso. Consideriamo un generico vettore $\vec{V}$, e definiamo il **momento** per quel vettore.

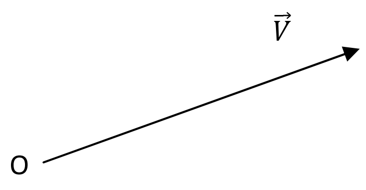


Figura 3.27

Indichiamo con O il punto di applicazione del vettore. Consideriamo poi un altro punto, che chiamiamo per comodità P, il quale risulta esterno al vettore.

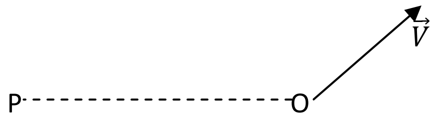


Figura 3.28

Il punto P viene detto **polo**. Il vettore seguente:

$$\vec{M}_P = \overrightarrow{PO} x \vec{V} \qquad (3.29)$$

Prende il nome di **momento del vettore** $\vec{V}$ rispetto al punto P. Tale vettore risulta essere ortogonale rispetto al piano individuato dai due vettori $\vec{V}$e $\overrightarrow{PO}$.

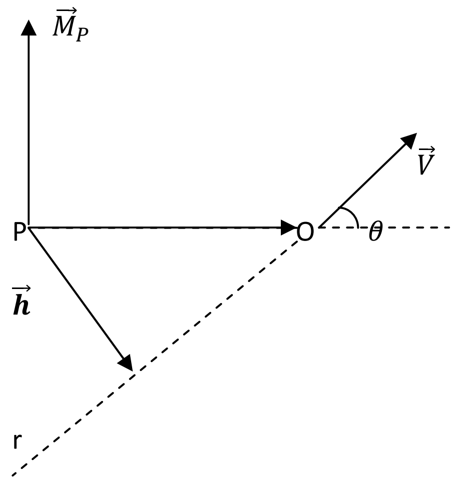


Figura 3.29

La figura 3.29 mostra l'esistenza di un nuovo vettore $\vec{\boldsymbol{h}}$ detto **braccio** di $\vec{V}$. Quindi si può riscrivere la relazione 3.29 nel seguente modo:

$$\vec{M}_P = \overrightarrow{PO} x \vec{V} = \overrightarrow{Ph} x \vec{V} \qquad (3.30)$$

Il modulo del momento è dato da:

$$M_P = |PO| \cdot V \sin\theta = |Ph| \cdot V \sin\theta$$

Dove θ è l'angolo compreso tra il vettore $\vec{V}$ ed il proseguimento del vettore $\overrightarrow{PO}$. La retta "r" viene detta **retta di applicazione di** $\vec{V}$. Si dimostra che il momento di un vettore dipende soltanto dal polo. L'utilità pratica del concetto di momento di un vettore risulterà chiara in seguito quando tratteremo il corpo rigido. Per ora è importante capire la definizione più che le relative potenziali applicazioni. Detto ciò definiamo ora il **momento angolare** come il momento del vettore quantità di moto. Ricordandosi la definizione di uantità di moto, si ha:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

La quantità di moto descrive la capacità del corpo di modificare il moto degli altri corpi durante il suo movimento. Siccome i due concetti che si stanno per introdurre sono non di facile comprensione è opportuno chiarire meglio certe grandezze fisiche precedentemente introdotte. Per comprendere meglio il concetto di quantità di moto consideriamo la seguente situazione fisica. Consideriamo due carrelli collegati tramite un filo e sopra il filo poniamo una molla in tensione. Non consideriamo gli attriti e la massa della molla e del filo.

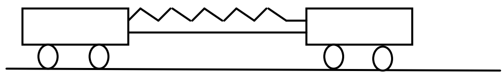


Figura 3.30

Supponiamo ora di tagliare il filo, e vedremo che la molla si distende e distendendosi comunicherà una forza ai due carrelli che inizieranno a muoversi con velocità opposte. Se un carrello ha massa doppia rispetto all'altro scopriremo che il carrello di massa doppia avrà una velocità che risulta essere la metà del carrello di massa minore. Eseguendo il prodotto della massa per la velocità scopriamo che i due prodotti coincidono, ossia:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

Questo significa che:

$$(m_1 v_1 + m_2 v_2)_{prima} = (m_1 v_1 + m_2 v_2)_{dopo}$$

Quindi siamo arrivati ad una conclusione fondamentale. Non basta la velocità per specificare quanto moto possiede un corpo. Dall'esempio, dopo lo scatto della molla, abbiamo due quantità di moto diverse da zero, ma con valori opposti, per cui la loro somma da zero e quindi la quantità di moto complessiva dell'intero sistema è nulla (nell'esempio il sistema è l'unione dei carrelli e della molla). Pertanto la quantità di moto del sistema complessivo si è conservata. Detto ciò vediamo di introdurre gradualmente il concetto di momento angolare. Il momento angolare è così definito:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times m\vec{v} \qquad (3.31)$$

Graficamente si ha:

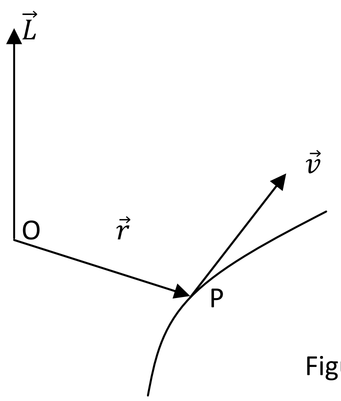


Figura 3.31

Definiamo invece il **momento della forza** come:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Graficamente il risultato è identico a quello mostrato in figura 3.31 con la sola ovvia differenza che il vettore in questione non è più il vettore velocità $\vec{v}$ ma è il vettore forza $\vec{F}$. L'utilità del momento angolare e del momento della forza risulteranno più chiari quando verranno presentati i moti rotazionali ed i moti transazionali. Per ora è bene ricordare la definizione e sapere che ci sono questi due strumenti formali utili per studiare moti più complessi rispetto a quelli fino ad ora visti.

3.4 STRUMENTI DI MISURA:

In questo terzo capitolo sono stati introdotti tanti importanti concetti. Abbiamo parlato di varie grandezze fisiche (accelerazione, massa, forza,…). Ognuna di queste grandezze è chiaramente misurabile, rimanendo legati al fondamentale principio per cui tutto ciò che è misurato può essere controllato. Analizziamo una delle grandezze più semplici. Partiamo dalla massa. Lo strumento che consente una misura della massa prende il nome di **bilancia** e sostanzialmente permette di confrontare in modo diretto una massa incognita di un determinato corpo con delle masse campione. Per poter capire meglio il funzionamento della bilancia è necessario descrivere il concetto di leva che verrà illustrato in seguito. Lo strumento di misura dell'accelerazione, come è già stato anticipato nel capitolo precedente, è l'accelerometro. Consideriamo la seguente situazione fisica:

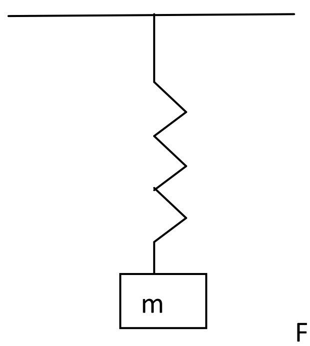
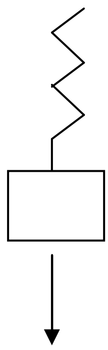


Figura 3.32

Supponiamo di sospendere un corpo di massa 'm' tramite una molla avente una determinata costante elastica k. Supponiamo di possedere un sensore che rileva in qualche modo la posizione del corpo rispetto alla posizione originaria. Chiaramente, la massa la quale è dotata di una propria inerzia, si sposta dalla propria posizione di equilibrio in una maniera proporzionale all'accelerazione rilevata.



$$F_e = kx = ma \rightarrow a = \frac{kx}{m}$$

Figura 3.33

Pertanto appare evidente che conoscendo la massa inerziale, la costante 'k' e lo spostamento ne deduciamo l'accelerazione. Per misurare invece l'intensità di una forza utilizziamo uno strumento che prende il nome di **dinamometro**. Sostanzialmente tale strumento, chiaramente tarato, è costituito da una molla con relativa scala graduata, ed il suo funzionamento è identico a quello illustrato in figura 3.33.

3.5 CONCLUSIONI:

Giunti a questo punto sembra doveroso definire il così detto **sistema di riferimento inerziale** e definire più nello specifico di cosa si occupa la dinamica del punto materiale, fornendo una prima breve analisi di quanto illustrato fino a questo momento. Innanzitutto per **sistema di riferimento inerziale** si intende un particolare sistema di riferimento in cui è valido il primo principio di Newton (principio di inerzia). Invece in un sistema di riferimento **non** inerziale, anche se un corpo è soggetto ad una risultante di forze nulla esso si muove comunque di moto non rettilineo uniforme. Un classico esempio di sistema di riferimento inerziale è l'esempio del treno. Supponiamo di essere su un treno ed in particolare in un vagone il quale si muove di moto rettilineo con velocità costante. Supponiamo che nel vagone ci sia un tavolo con dei bicchieri posti sopra lo stesso. Essi rimangono fermi (come del resto il tavolo) fintanto che il vagone non accelera o non decellera. Nel momento in cui il vagone supponiamo che acceleri, allora anche gli oggetti presenti nel vagone inizieranno a muoversi (tavolo e bicchieri compresi). Nel primo caso, essendo noi all'interno del vagone, possiamo considerare lo stesso come un sistema di riferimento inerziale, mentre nel secondo caso il vagone non è un sistema di riferimento inerziale, in quanto gli oggetti, e noi compresi, si muovono con una data accelerazione. Fino ad ora abbiamo trattato la cinematica e la dinamica di un punto materiale. Essi appartengono ad un settore più ampio della fisica. Tale settore prende il nome di **meccanica di un punto materiale** che a sua volta fa parte più in generale della **meccanica**. La meccanica si occupa di studiare i vari moti che un corpo può subire e le varie cause che generano questi moti. Essendo il punto materiale il caso più semplice di corpo, allora la meccanica di un punto materiale è un sottoinsieme della meccanica classica.

In questo capitolo abbiamo visto le leggi basilari della dinamica di un punto materiale. Mentre però nella cinematica del punto materiale abbiamo studiato i vari tipi di moto a cui può essere soggetto un punto materiale, nella dinamica del punto materiale **abbiamo studiato le cause (le forze) che generano tali moti**. Nel capitolo successivo vedremo di complicare un pò le cose analizzando le iterazioni che possono esserci tra due o più punti materiale affrontando anche gli urti tra gli stessi.