CAPITOLO 2: LA CINEMATICA DI UN PUNTO MATERIALE

2.1 MOTO RETTILINEO UNIFORME:

In questo capitolo entriamo nel vivo della fisica iniziando a parlare del concetto di **moto**. Il concetto di moto è ovviamente strettamente correlato con il concetto di movimento. Anzì, moto e movimento sono sinonimi. Spesso però nella realtà non è semplice descrivere il moto di un oggetto in quanto capita spesso che lo stesso può essere sottoposto a due tipi di moti contemporaneamente (per esempio una rotazione e in contemporanea una traslazione). Per questo motivo che spesso in fisica si studia il moto di un corpo o le interazioni che il corpo ha con l'ambiente in cui è immerso prendendo come caso di studio il corpo più semplice: il **punto materiale**. Un punto materiale altro non è che un corpo le cui dimensioni sono così piccole rispetto all'ambiente circostante da essere considerate quasi nulle (o comunque tendenti allo zero). In questo modo è possibile semplificare notevolmente lo studio ed è possibile eliminare anche il caso accennato prima ossia della contemporaneità di due o più moti. Infatti per semplicità su un punto materiale agisce un solo tipo di moto per volta. Detto ciò, iniziamo ad analizzare il tipo di moto più semplice in assoluto, ossia il **moto rettilineo** cioè il moto che avviene su linea retta. Prendiamo in merito la seguente situazione fisica, considerando ovviamente il caso più semplice possibile cioè il caso di moto unidimensionale (moto che avviene lungo un'unica direzione):

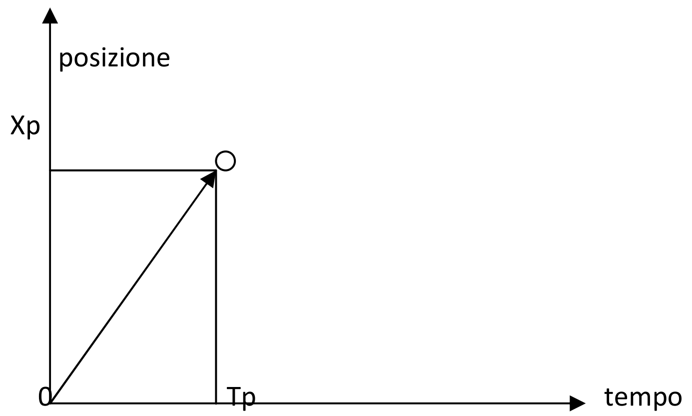

Figura 2.1

Supponiamo che inizialmente il mio punto materiale (**particella**) si trovi nell'origine del piano cartesiano. Dopo un tempo Tp (per esempio 10 secondi) la particella si troverà nella posizione Xp. In quel lasso di tempo ovviamente la mia particella ha percorso una determinata distanza (xp-0). Successivamente la mia particella potrà rimanere ferma, e quindi non ci sarà nessun moto, oppure potrà continuare a muoversi magari anche seguendo traiettorie differenti. Indichiamo con Δx lo spazio percorso dalla particella nell'intervallo di tempo Δt. Noi ipotizziamo, per semplicità, che l'istante iniziale sia $t_i = 0$ e l'istante finale sia $t_f = Tp$, mentre, sempre per semplicità, supponiamo che la posizione iniziale sia $x_i = 0$ mentre la posizione finale raggiunta dalla mia particella sia $x_f = Xp$. Allora lo spazio percorso dalla mia particella sarà:

$$\Delta x = x_f - x_i$$

Nell'intervallo di tempo:

$$\Delta t = t_f - t_i$$

Il rapporto tra la distanza percorsa in quel intervallo di tempo, e l'intervallo di tempo stesso necessario alla particella per trovarsi in quella posizione finale mi rappresenta la **velocità media** con cui si muove la mia particella. Formalmente si ha:

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Siccome lo spazio percorso si misura in metri, e l'intervallo di tempo si misura in secondi, si ha che l'unità di misura della velocità media è: $\frac{metri}{secondo}$ $(\frac{m}{s})$. Si presti attenzione a quest'ultimo passaggio. Per ottenere l'unità di misura della velocità si è seguito un procedimento tipicamente utilizzato in fisica: **l'analisi dimensionale**. Grazie ad essa è possibile ottenere tutte le unità di misura di tutte le grandezze fisiche. Viene spesso utilizzata anche per effettuare dei test sui risultati prodotti per verificare effettivamente se i conti tornano. E' sempre buona norma effettuare l'analisi dimensionale dopo tutta una serie di conti, al fine di verificare la validità o meno del risultato ottenuto, ed anche per dare una unità di misura al valore numerico ottenuto (dare in sostanza un senso al risultato). Ora consideriamo piccoli spostamenti in piccoli intervalli di tempo, ossia spezzettiamo lo spazio percorso dalla particella in tantissimi e piccolissimi spazietti. Così facendo spezzettiamo anche l'intervallo di tempo in tantissimi intervallini di tempo, ottenendo così che lo spazio totale percorso dalla particella è pari alla somma di tutti questi piccolissimi (tendenti allo zero) spazi. Analogamente si ha per l'intervallo di tempo. Stiamo in sostanza effettuando quell'operazione che in matematica va sotto il nome di **convergenza**, ossia stiamo effettuando una somma di infiniti contributi che come risultato finale fornisce un valore finito. Formalmente possiamo scrivere:

$$\lim_{\Delta t \to 0} V_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = v_i$$

Dove con v_i indichiamo la **velocità istantanea**. In sostanza abbiamo effettuato una fotografia istantanea del moto della particella ed abbiamo, in un infinitesimo intervallo di tempo, calcolato la velocità che la particella possiede. Ovviamente non cambia l'unità di misura, ossia l'unità di misura della velocità media è uguale all'unità di misura della velocità istantanea, cioè $\frac{m}{s}$.

Possiamo riscrivere la velocità istantanea utilizzando la notazione differenziale per ottenere un'espressione più precisa e matematicamente più corretta. Pertanto si può scrivere:

$$v_i = \frac{dx}{dt} \qquad (2.1)$$

Ossia la velocità istantanea è la derivata prima dello spazio rispetto al tempo (per capire meglio questi passaggi ed i passaggi che vengono leggere le appendici A e B). Portando il tempo alla sinistra dell'uguale ed integrando ambo i membri si ottiene:

$$v_i \cdot dt = dx$$

Essendo differenziali esatti ed elementari è possibile integrare membro a membro ed ottenere:

$$\int_{ti}^{tf} v_i \cdot dt = \int_{xi}^{xf} dx$$

E pertanto:

$$x_f - x_i = \int_{ti}^{tf} v_i \cdot dt$$

Siccome però noi abbiamo supposto che la posizione iniziale (x_i) sia zero si ottiene:

$$x_f = \int_{ti}^{tf} v_i \cdot dt \qquad (2.2)$$

Quest'ultima equazione è **l'equazione fondamentale del moto rettilineo**. Se ora supponiamo che la particella abbia avuto una velocità costante lungo tutta la traiettoria (questo comporterebbe che la velocità media è uguale alla velocità istantanea) allora si avrebbe $v_i = costante$ e pertanto, siccome una costante può essere tranquillamente portata fuori dal segno di integrale, si otterrebbe la seguente equazione:

$$x_f = v_i \cdot \int_{ti}^{tf} dt = v_i \cdot t_f - t_i$$

Posto però $t_i$uguale a zero (visto che abbiamo supposto 0 come istante iniziale)abbiamo:

$$t_i = 0 \rightarrow x_f = v_i \cdot t_f \qquad (2.3)$$

Quest'ultima equazione è nota come **equazione fondamentale del moto rettilineo uniforme**. Infatti se la velocità è costante il moto prende il nome di **moto uniforme**. Il diagramma mostrato in figura 2.1 prende anche il nome di **diagramma orario** e mostra per l'appunto la traiettoria della particella durante il suo moto. Dal grafico si evince immediatamente che la posizione occupata dalla particella in un determinato istante di tempo è funzione soltanto del tempo, e questa cosa è possibile specificarla formalmente nel seguente modo:

$$x = x(t)$$

Pertanto si può tranquillamente affermare che la posizione è funzione del tempo, e questa relazione è nota come **legge oraria.** E' importante anche notare che la velocità è anche'essa funzione del tempo e quindi possiamo tranquillamente scrivere:

$$v = v(t)$$

Infine è importante ricordare che il tempo (t) compare sempre come variabile indipendente in funzione della quale si specificano tutte le altre variabili. Si noti inoltre che, sempre osservando il diagramma di figura 2.1, se la velocità è positiva ($v_i > 0$) allora la coordinata x cresce, altrimenti se la velocità è negativa ossia se $v_i < 0$ allora la coordinata x decresce.

2.2 MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Un'altra grandezza cinematica molto importante nello studio dei moti riguarda **l'accelerazione**. Abbiamo fino ad ora visto il moto che avviene lungo una traiettoria rettilinea (per noi la **traiettoria** è la successione di punti sul piano cartesiano di figura 2.1 toccati dalla particella durante il suo moto) e che può avvenire con velocità costante (allora si parla di moto rettilineo uniforme) oppure con velocità che varia. Quando la velocità varia allora vuol dire che la particella ha subito una accelerazione oppure una decelerazione. In quest'ultimo caso allora risulta necessario introdurre questa nuova grandezza chiamata per l'appunto accelerazione e che viene definita come la variazione della velocità che subisce la particella nell'intervallo di tempo preso in considerazione. Anche in questo caso si passa prima a definire l'accelerazione media e poi l'accelerazione istantanea con un procedimento del tutto simile a quello visto per la velocità. Pertanto possiamo formalmente definire **l'accelerazione media** nel seguente modo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Dove v_f è la velocità finale della mia particella ossia la velocità che la mia particella possiede nell'ultimo istante di tempo del mio intervallo temporale di osservazione. Se consideriamo l'intervallo di tempo come un intervallo chiuso e limitato ossia come un intervallo di valori chiuso dai seguenti estremi:

$$[t_i \leftrightarrow t_f]$$

allora l'ultimo istante di tempo è l'estremo superiore del precedente intervallo. v_i invece mi rappresenta la velocità che la mia particella possiede nel primo istante di osservazione (estremo inferiore del precedente intervallo di osservazione). Anche in questo caso se spezzettiamo l'intervallo del tempo in tantissimi piccolissimi intervallini di tempo e facciamo tendere all'infinito tale procedura si ottiene la seguente espressione:

$$a_i = \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{dv}{dt} \qquad (2.3)$$

Pertanto **l'accelerazione istantanea** che per comodità si indica con a_i è data dalla derivata prima della velocità rispetto al tempo, ossia dalla derivata seconda dello spazio rispetto al tempo (visto che la velocità è la derivata prima dello spazio rispetto al tempo). Pertanto formalmente si può scrivere:

$$a_i = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Anche in questo caso se si porta il tempo alla sinistra del segno di uguale si ottiene:

$$a_i \cdot dt = dv$$

Ed integrando ambo i membri si ottiene:

$$\int_{ti}^{tf} a_i \cdot dt = \int_{vi}^{vf} dv$$

Pertanto:

$$v_f - v_i = \int_{ti}^{tf} a_i \cdot dt$$

Quest'ultima equazione è nota con il nome di **equazione del moto rettilineo accelerato**. Anche in questo caso se supponiamo nulla la velocità iniziale della particella (ossia $v_i = 0$) otteniamo:

$$v_f = \int_{ti}^{tf} a_i \cdot dt$$

A questo punto se supponiamo anche costante l'accelerazione, ed in questo caso si parla di **moto rettilineo uniformemente accelerato,** allora possiamo scrivere:

$$a_i = costante \rightarrow v_f = a_i \cdot \int_{ti}^{tf} dt \rightarrow v_f = a_i \cdot (t_f - t_i)$$

Posto l'istante iniziale uguale a zero si ha finalmente:

$$v_f = a_i \cdot t_f \qquad (2.4)$$

Quest'ultima equazione va sotto il nome di **equazione fondamentale del moto uniformemente accelerato**.

Quest'ultima relazione ci fornisce la velocità finale della particella data l'accelerazione istantanea e l'ultimo istante di osservazione. E' possibile però anche ricavare l'accelerazione che ha la particella in funzione della sua posizione. Per effettuare ciò basta ricordarsi che l'accelerazione è la derivata della velocità rispetto al tempo e pertanto:

$$a_i = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} v\big(x(t)\big) = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

In sostanza è stata resa esplicita la dipendenza della velocità dallo spazio e lo spazio dal tempo. Inoltre è stata applicata la regola di derivazione delle funzioni composte. A questo punto portando la derivata prima dello spazio alla sinistra del simbolo di uguaglianza si ottiene:

$$v_i = \frac{dx}{dt} \rightarrow a_i \cdot dx = v_i \cdot dv$$

Ed integrando ambo i membri otteniamo:

$$\int_{xi}^{xf} a_i \cdot dx = \int_{vi}^{vf} v_i \cdot dt$$

Quindi:

$$\int_{xi}^{xf} a_i \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot v_i^2$$

Se l'accelerazione è costante si ottiene:

$$a_i \cdot \int_{xi}^{xf} dx = \frac{1}{2} \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot v_i^2 \rightarrow a_i \cdot \left(x_f - x_i\right) = \frac{1}{2} \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot v_i^2$$

Posto $x_i = 0$ si ottiene:

$$a_i \cdot x_f = \frac{1}{2} \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot v_i^2 \qquad (2.5)$$

Se l'accelerazione non è costante il moto si dice **vario**. A questo punto ci viene spontanea un ulteriore domanda. Come è possibile conoscere la posizione occupata da una particella in un determinato istante di tempo se la particella si muove di moto accelerato oppure di moto uniformemente accelerato? Per risolvere questo problema si ricorre nuovamente alla definizione di accelerazione istantanea, ricordandosi però che:

$$x_f(t) = x_i(t) + v(t_f - t_i)$$

Pertanto si ottiene:

$$x_f(t) = x_i(t) + \int_{ti}^{tf} ((v(t_i) + a(t_f - t_i))dt$$

Ossia:

$$x_f(t) = x_i(t) + \int_{ti}^{tf}(v(t_i)dt + \int_{ti}^{tf} a(t_f - t_i)dt = x_i(t) + v\left(t_f - t_i\right) + \frac{1}{2}a(t_f - t_i)^2$$

Posto l'istante iniziale uguale a zero (quindi $t_i = 0$) si ottiene infine:

$$x_f(t) = x_i(t) \cdot v\left(t_f\right) + \frac{1}{2}a(t_f)^2 \quad \text{N.B: per noi } t_f \equiv t \qquad (2.6)$$

Quest'ultima equazione ci permette di calcolare la posizione della particella all'istante di tempo t data la posizione iniziale, la velocità all'istante t della stessa e la sua accelerazione sempre in quell'istante di tempo considerato. Si presti attenzione che per noi t_f rappresenta l'istante di osservazione ossia l'istante in cui noi stoppiamo momentaneamente l'esperimento per analizzare il valore delle grandezze cinematiche in quel preciso istante di tempo. Pertanto d'ora in avanti, salvo casi particolari che verranno adeguatamente commentati, quando scriveremo semplicemente t indicheremo l'istante finale ossia l'istante in cui l'esperimento viene fermato o meglio l'istante esatto in cui si effettuano le varie misurazioni delle grandezze cinematiche che a noi interessano (velocità, accelerazione, spazio percorso, eccetera). La precedente relazione viene utilizzata quando il moto è accelerato ma non uniformemente. Infine l'unità di misura dell'accelerazione è: $\frac{m}{s^2}$.

<u>ESEMPIO:</u> Vediamo subito qualche esempio. Supponiamo di avere una particella che si muove di moto rettilineo uniforme con una velocità di 10 m/s. All'improvviso questa particella entra in un campo dove sono presenti alcune forze (per ora non sappiamo cosa è una forza ma ci accontentiamo di accennarla come parte del testo del problema) che accelerano uniformemente la particella. Tale campo è lungo 1 metro. Vogliamo calcolare l'accelerazione che ha subito la particella supponendo che la sua velocità di uscita, al di fuori di tale campo sia 25 m/s. Questo problema non presenta particolari difficoltà. Infatti si intuisce immediatamente che il moto è rettilineo e uniformemente accelerato all'interno del campo, mentre al suo esterno è un moto rettilineo uniforme. Pertanto consideriamo la parte che ci interessa, ossia il moto dentro il campo. Abbiamo appena affermato che dentro il campo il moto è rettilineo e uniformemente accelerato. Pertanto si può scrivere:

$$v_f = v_i + a \cdot t$$

Rappresentiamo anche il problema dal punto di vista grafico come una forma di aiuto per intuire meglio la reale situazione:

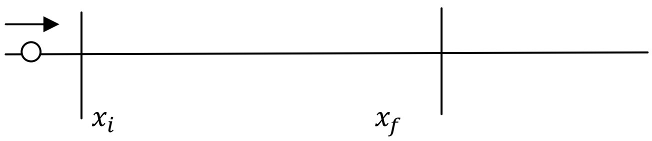

Figura 2.2

Noi conosciamo perfettamente la velocità iniziale ossia la velocità con cui la mia particella entra nel campo (10 m/s), ma non conosciamo affatto ne l'accelerazione (è il quesito del problema) ne tanto meno il tempo. Quindi dobbiamo appoggiarci su un'altra equazione. Conosciamo però la lunghezza del campo (1 metro) e quindi possiamo tranquillamente utilizzare la relazione 2.5 ottenendo:

$$x_f\left(t_f\right) = v_i\left(t_f\right) + \frac{1}{2}a{t_f}^2$$

Abbiamo, per comodità posto a zero la posizione iniziale in modo che la posizione finale risulti essere 1m. A questo punto otteniamo:

$$t_f = \frac{v_f - v_i}{a}$$

E sostituendo nella precedente relazione si conclude che:

$$x_f(t_f) = v_i(t_f) + \frac{1}{2}a{t_f}^2 = v_i\left(\frac{v_f - v_i}{a}\right) + \frac{1}{2}a(\frac{v_f - v_i}{a})^2 = \cdots \rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2 \cdot x_f}$$

Abbiamo tutti i dati per calcolarci l'accelerazione finale cha sarà pari a:

$$a = \frac{625 - 125}{2 \cdot 1} = 262{,}5\,\frac{m}{s^2}$$

ESEMPIO: Vediamo ora un secondo semplicissimo esempio. Supponiamo di avere una particella che si muove con velocità di 5 m/s in una regione dove sono presenti delle forze che producono un'accelerazione sulla particella di intensità pari a 1 $\frac{m}{s^2}$ in direzione però opposta alla velocità iniziale. Si desidera calcolare quanto spazio percorre la particella prima di fermarsi, e per quanto rimane ferma. Anche questo problema non è particolarmente impegnativo. Infatti anche in questo caso siamo in presenza di un moto uniformemente accelerato soltanto che l'accelerazione in realtà è una decelerazione in quanto quest'ultima è opposta al verso della velocità. Pertanto percorso un tot di spazio, la particella sarà costretta a fermarsi.

Quindi come condizione finale abbiamo che la velocità finale della particella deve essere nulla e pertanto $v_f = 0$. A questo punto, siccome il moto è uniformemente accelerato, possiamo scrivere l'equazione per tale moto:

$$0 = v_i - a \cdot t$$

Si presti molta attenzione al segno meno presente nella precedente equazione. Infatti l'accelerazione presa in considerazione per questo problema è negativa, in quanto siamo in presenza in realtà di una decelerazione. Pertanto, otteniamo:

$$v_i = a \cdot t$$

L'istante in cui la particella si ferma sarà data da:

$$t = \frac{v_i}{a} = \frac{5\frac{m}{s}}{1\frac{m}{s^2}} = 5\text{s}$$

Quindi dopo 5 secondi la particella si ferma. Dopo 5 secondi la particella h percorso il seguente spazio:

$$x(t) = v_i(t) + \frac{1}{2}at^2 = v_i\left(\frac{v_i}{a}\right) - \frac{1}{2}a(\frac{v_i}{a})^2 = \frac{{v_i}^2}{a}$$

Sostituendo le variabili con i valori numerici si ottiene:

$$x(t) = 25\,metri$$

La particella rimane nella posizione di quiete per un solo istante in quanto successivamente ricomincia a muoversi nella direzione opposta.

2.3 MOTO VERTICALE:

Un particolare tipo di accelerazione prende il nome di **accelerazione gravitazionale** che solitamente si indica con la lettera **g**. Tale accelerazione è stata misurata sulla terra ed il suo valore è:

$$g = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$$

Un corpo che subisce una tale accelerazione (che peraltro è costante) si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato in quanto il corpo soggetto solo a questo tipo di accelerazione cade verso il suolo (verso la superficie terrestre) e quindi il moto è rettilineo verso il basso. Un moto di questo tipo viene anche detto **moto verticale**. La seguente rappresentazione chiarisce le idee:

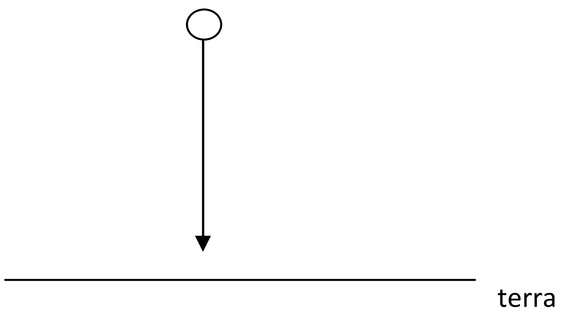

Figura 2.3

<u>ESEMPIO:</u> Vediamo subito un semplice esempio. Supponiamo di avere in esame una particella che parte dal suolo e sale con un'accelerazione costante di 2 $\frac{m}{s^2}$ verso l'alto fino ad una determinata altezza (per esempio 15 metri), dopo di che non subisce più alcuna accelerazione e sale di inerzia per altri 5 metri. Vogliamo calcolare quanto tempo impiega la particella a ricadere sul suolo, supponendo che la sua velocità finale sia di 8 m/s. Questo è un problema tanto semplice quanto pratico. Inizialmente la particella viene spinta con una accelerazione costante (e quindi si ha a che fare con un moto rettilineo uniformemente accelerato) fino ad una altezza di 15 metri. Dopo di che non subisce più alcun tipo di accelerazione e sale per inerzia per altri 5 metri per raggiungere la quota massima di:

$$h = 15 + 5 = 20\ metri$$

A questo punto la particella ovviamente si ferma ed all'istante successivo incomincia a scendere di nuovo verso il suolo. La velocità iniziale corrisponde alla velocità che la particella possiede quando raggiunge la massima quota (ossia è nulla) mentre la velocità finale è la velocità che la particella possiede appena un attimo prima di toccare il suolo. L'unica accelerazione che la particella subisce cadendo verso la superficie terrestre (trascurando gli effetti dell'attrito con l'aria) è l'accelerazione gravitazionale. Pertanto si può scrivere:

$$v_f = 0 - gt$$

E pertanto:

$$v_f = gt$$

Inserendo i rispettivi valori numerici si ottiene:

$$t = \frac{8}{9,8} \cong 0,81\ secondi$$

2.4 MOTO CIRCOLARE:

Un altro tipo di moto molto importante riguarda il **moto circolare**. Fino ad ora abbiamo considerato solo moti rettilinei ossia moti la cui traiettoria è una retta. Ora inizieremo lo studio di un tipo particolare di moto confinato in una determinata regione di spazio. Per capire a fondo i concetti esposti qui di seguito è utile (se non indispensabile) leggere attentamente i contenuti dell'appendice B. Il moto circolare è un particolare tipo di moto in cui la traiettoria è una circonferenza. Nel moto circolare sia la velocità sia l'accelerazione variano in funzione del cambiamento della direzione del moto. Consideriamo in merito la seguente rappresentazione del moto:

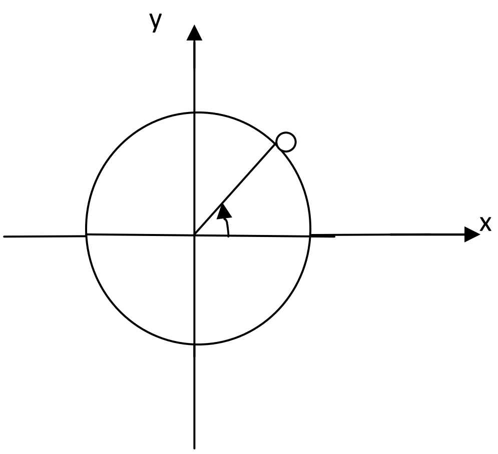

Figura 2.4

Come si può facilmente notare osservando la precedente figura, la particella occupa , in un determinato istante di tempo, una certa posizione individuata dall'angolo ϑ che il raggio forma con l'asse delle x. Ovviamente la particella si sposterà nel tempo facendo variare il precedente angolo. Come abbiamo visto precedentemente per il moto rettilineo anche qui possiamo specificare accelerazione e velocità, ma lo facciamo in funzione dell'angolo ϑ appena definito. In poche parole, data la natura geometrica del moto circolare, conviene utilizzare come metodo di rappresentazione le **coordinate polari**. Utilizzando tali coordinate è possibile scomporre le coordinate del moto nel seguente modo:

$$x = R \cdot \cos\vartheta$$

$$y = R \cdot \sin\vartheta$$

Dove R è il raggio della circonferenza di figura 2.4. Nel moto circolare è possibile specificare due tipi di velocità:

1. **Velocità angolare**
2. **Velocità tangenziale**

La velocità angolare viene spesso anche denominata **velocità di rotazione** e rappresenta la rapidità con cui varia l'angolo ϑ in funzione del tempo quando la particella si sposta lungo la circonferenza. Pertanto formalmente possiamo definire la **velocità angolare media** in questo modo:

$$\omega_m = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{\vartheta(t_2)-\vartheta(t_1)}{t_2-t_1}$$

In maniera analoga a quanto fatto per il moto rettilineo si può definire la **velocità angolare istantanea** nel seguente modo:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{d\vartheta}{dt} \qquad (2.7)$$

Siccome un angolo giro è di 360° ossia in radianti 2π si può riscrivere la velocità angolare istantanea (d'ora in avanti chiamata semplicemente velocità angolare) nel seguente modo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (2.8)$$

Dove T prende il nome di **periodo**. Siccome il periodo è l'inverso della frequenza possiamo riscrivere il tutto nel seguente modo:

$$f = \frac{1}{T} = T^{-1} \rightarrow \omega = 2\pi f \qquad (2.9)$$

Il periodo si misura in secondi, la frequenza si misura in **Hertz**. L'unità di misura della velocità angolare è, come si può facilmente constatare, $\frac{rad}{s}$. L'altra velocità presente nel moto circolare è la velocità tangenziale. Essa viene espressa nel seguente modo:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(R \cdot \cos\vartheta \cdot \vec{U}_x + R \cdot \sin\vartheta \cdot \vec{U}_y)$$

Dove ovviamente s=s(t) è l'**ascissa curvilinea**, e $\vec{U}_x, \vec{U}_y$ sono rispettivamente i versori degli assi cartesiani. Siccome si può scrivere:

$$\vartheta = \omega \cdot t$$

Possiamo riscrivere la precedente relazione in questo modo:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(R \cdot \cos\vartheta \cdot \vec{U}_x + R \cdot \sin\vartheta \cdot \vec{U}_y\right) = \frac{d}{dt}\left(R \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{U}_x + R \cdot \sin(\omega t) \cdot \vec{U}_y\right) \qquad (2.10)$$

Pertanto, il modulo della velocità tangenziale è dato da:

$$v = \frac{d}{dt}\left(R \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{U}_x + R \cdot \sin(\omega t) \cdot \vec{U}_y\right) = -R\,\omega\sin(\omega t) \cdot \vec{U}_x + R\omega \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{U}_y$$

E:

$$|v| = \omega \cdot R \qquad (2.11)$$

Il risultato è stato ottenuto in quanto è stato raccolto il fattore moltiplicativo ωR, e si è tenuto conto della **formula fondamentale della trigonometria** ossia:

$$\sin \vartheta^2 + \cos \vartheta^2 = 1$$

Il vettore della velocità tangenziale sarà sempre tangenziale alla traiettoria e avrà un verso diretto nel senso di rotazione. Se il moto è circolare uniforme, allora la velocità tangenziale sarà sempre costante in modulo. Una volta introdotta la velocità nel moto circolare sia passa ad introdurre l'accelerazione. Nel moto circolare l'accelerazione prende il nome di **accelerazione angolare** e d anche in questo caso possiamo definire l' **accelerazione angolare media** nel seguente modo:

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

e **l'accelerazione angolare istantanea** nel seguente modo:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \alpha_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \qquad (2.12)$$

L'unità di misura di tale accelerazione è: $\frac{rad}{s^2}$.

Siccome:

$$\omega = \frac{d\vartheta}{dt} \to \omega dt = d\vartheta$$

Integrando ambo i membri si ottiene:

$$\int_{\vartheta 1}^{\vartheta 2} d\vartheta = \int_{t1}^{t2} \omega dt \to \vartheta_2 - \vartheta_1 = \omega \int_{t1}^{t2} dt \to \vartheta_2 - \vartheta_1 = \omega \cdot (t_2 - t_1)$$

In quest'ultimo passaggio abbiamo supposto costante la velocità angolare e quindi abbiamo considerato il caso del **moto circolare uniforme.** Pertanto si ottiene:

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + \omega \cdot (t_2 - t_1) \qquad (2.13)$$

Così facendo si può calcolare la posizione che una particella occupa ad un determinato istante di tempo conoscendo la posizione occupata inizialmente, la sua velocità angolare, e l'intervallo di tempo trascorso. In maniera analoga è possibile calcolare la velocità in funzione del tempo e dell'accelerazione, nel seguente modo:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \to \alpha dt = d\omega \to \int_{w1}^{w2} d\omega = \int_{t1}^{t2} \alpha dt \to \omega_2 - \omega_1 = \alpha(t_2 - t_1)$$

Anche in questo caso abbiamo supposto costante l'accelerazione angolare e quindi abbiamo supposto il moto come **moto circolare uniformemente accelerato**. Analogamente se si desidera calcolare l'accelerazione angolare in funzione della velocità angolare basta utilizzare un procedimento del tutto simile a quello utilizzato per ottenere la relazione 2.5, ossia:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\vartheta} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = \omega \cdot \frac{d\omega}{dt} \to \alpha \cdot d\vartheta = \omega \cdot d\omega \to \int_{\vartheta 0}^{\vartheta 1} \alpha \cdot d\vartheta = \frac{1}{2}\omega^2 - \frac{1}{2}{\omega_0}^2 \qquad (2.14)$$

Con procedimenti del tutto simili a quelli visti in precedenza per il moto rettilineo uniformemente accelerato si ottiene l'espressione che ci permette di calcolare la posizione angolare raggiunta dalla particella, nota la sua posizione angolare iniziale, la sue velocità angolare e la sua accelerazione angolare. Pertanto si ha:

$$\vartheta = \vartheta_o + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (2.15)$$

Noi ora sappiamo che la velocità angolare altro non è che la derivata dell'angolo rispetto al tempo. Possiamo quindi scrivere tranquillamente:

$$\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$$

Ma esiste una precisa relazione tra l'angolo il raggio e l'ascissa curvilinea s=s(t) che è la seguente:

$$\vartheta(t) = {}^{s(t)}/_{R}$$

Pertanto la velocità angolare si può riscrivere nel seguente modo:

$$\omega = \frac{ds}{Rdt} = {}^{1}/_{R} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{v}{R} \qquad (2.16)$$

Analogamente è possibile riscrivere l'accelerazione angolare nella seguente maniera:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{1}{R} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{a_t}{R} \qquad (2.17)$$

Dove con a_t indichiamo **l'accelerazione tangenziale**. Esiste, nel moto circolare, un'altra accelerazione che prende il nome di **accelerazione normale (centripeta)** diretta sempre verso il centro di curvatura e che vale in modulo:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R \qquad (2.18)$$

Pertanto l'accelerazione, nel moto circolare, è data dalla somma delle due accelerazioni viste precedentemente, ossia dall'accelerazione tangenziale e dell'accelerazione normale. Pertanto si scrive:

$$a = a_t + a_n \qquad (2.19)$$

Vettorialmente le due accelerazioni si distribuiscono nel seguente modo:

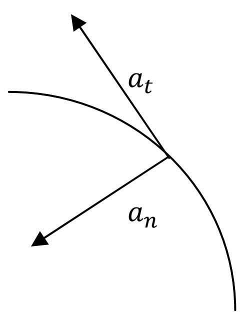

Figura 2.5

Naturalmente mentre l'accelerazione normale è sempre presente, l'accelerazione tangenziale è nulla se il moto circolare è uniforme. Pertanto le condizioni di uniformità del moto circolare sono le seguenti:

$$a_t = 0$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

ESEMPIO: Vediamo ora un esempio chiarificatore. Supponiamo di voler calcolare l'accelerazione di gravità su un'orbita circolare posta a 600 km sopra la superficie terrestre sulla quale si muove un determinato satellite, ipotizzando come periodo di rivoluzione T=98 minuti. Il seguente schema chiarisce le idee:

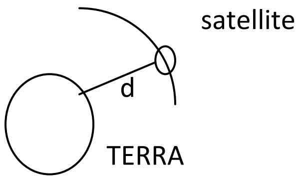

Figura 2.6

Innanzitutto l'accelerazione di gravità permette al satellite di muoversi lungo l'orbita e di muoversi per la tangente. Si evince facilmente analizzando attentamente il testo che il periodo T di rotazione è 98 minuti e quindi costante. Questo ci porta a pensare che il moto circolare sia effettivamente uniforme (quindi non si prende in considerazione l'accelerazione tangenziale). Siccome l'accelerazione di gravità è l'accelerazione normale si ha:

$$a = \frac{v^2}{R}$$

Dove 'v' è la velocità del satellite ed R ovviamente è il raggio dell'orbita. Siccome l'orbita è circolare si ha che lo spazio totale percorribile dal satellite è:

$$S = 2\pi R$$

Pertanto la velocità del satellite è:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Il raggio dell'orbita invece non è solo 600 km bensì è la distanza d (600 km) più il raggio della terra. Pertanto si ha:

$$R = 600 + R_t \ dove \ R_t = 6370 \ Km$$

Pertanto l'accelerazione di gravità sarà:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi R/_T)^2}{R}$$

Sostituendo opportunamente i valori numerici si ottiene il risultato finale.

2.5 MOTO ARMONICO:

Analizziamo ora un nuovo tipo di moto che riveste un ruolo assai importante per vari settori della fisica (si consiglia vivamente il lettore di leggersi l'appendice B prima di affrontare lo studio di questo tipo di moto). Il moto che studiamo adesso è il **moto armonico semplice**. Tale moto è un moto vario la cui legge oraria è la seguente:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \qquad (2.20)$$

Dove A è l'**ampiezza del moto** ω è la **pulsazione del moto** e φ è la **fase iniziale del moto**. Prendiamo in considerazione la seguente figura:

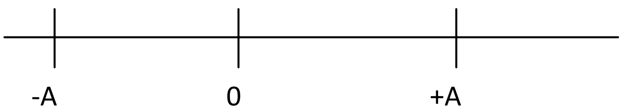

Figura 2.7

I valori estremi che la funzione trigonometrica del seno può assumere sono: -1 e +1. Pertanto l'ampiezza di tale moto andrà da: -A=-1 a +A=+1. Possiamo considerare nullo l'istante iniziale, e la particella in questo istante occuperà la posizione iniziale data da:

$$x(0) = A \cdot \sin \varphi$$

Si noti immediatamente che per $\varphi = 0 \; oppure \; \varphi = \pi$ il punto materiale si trova nell'origine. Siccome la funzione seno è periodica di periodo pari a:

$$T = 2\pi$$

Ne risulta che anche il moto armonico semplice è periodico con lo stesso periodo. Si osservi anche che la pulsazione è quella che nel moto circolare corrisponde alla velocità angolare. Pertanto si avranno le seguenti relazioni di immediata verifica:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad (2.21)$$

Dove con 'f' indichiamo la frequenza. Pertanto il significato della pulsazione è il seguente: per piccoli valori della pulsazione, il moto si ripete velocemente, mentre per grandi valori della pulsazione il moto si ripete più lentamente. La frequenza mi rappresenta il numero di oscillazione in un secondo e, come la pulsazione, risulta essere del tutto indipendente dall'ampiezza del moto. Anche per questo moto è possibile specificare velocità e accelerazione. Vediamo subito di definire la velocità. Essendo la derivata dello spazio rispetto al tempo si ottiene:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi) \qquad (2.22)$$

Ricordandosi ovviamente che la derivata del seno è il coseno. In maniera del tutto analoga si può definire formalmente l'accelerazione per il moto armonico semplice:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \cdot x(t) \qquad (2.23)$$

Pertanto possiamo riscrivere l'equazione dell'accelerazione per il moto armonico semplice nel seguente modo:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad (2.24)$$

Quest'ultima equazione viene detta **equazione differenziale fondamentale del moto armonico**. Si osservi immediatamente che analizzando attentamente le equazioni che definiscono velocità ed accelerazione nel moto armonico, si evince facilmente che la velocità assume il suo valore massimo nel centro di oscillazione, mentre agli estremi si inverte il verso del moto, mentre l'accelerazione si annulla nel centro di oscillazione mentre assume il valore massimo proprio agli estremi. Si noti inoltre che la velocità è sfasata di 90° ($\pi/2$) rispetto allo spostamento. Quindi si dice che la velocità è in **quadratura di fase** rispetto allo spostamento. Analogamente l'accelerazione è sfasata di π (180°) rispetto allo spostamento, e quindi si dice che l'accelerazione è in **opposizione di fase** rispetto allo spostamento. Sempre osservando attentamente l'equazione della velocità si osserva che la velocità iniziale è:

$$v(0) = \omega A \cos\varphi \qquad (2.25)$$

Questo moto compare spesso quando si studia il moto di un pendolo oppure quando si studia il comportamento di una molla.

2.6 MOTO PARABOLICO

Ora analizziamo l'ultimo tipo fondamentale di moto, ossia il **moto parabolico.** Supponiamo di osservare la seguente situazione fisica:

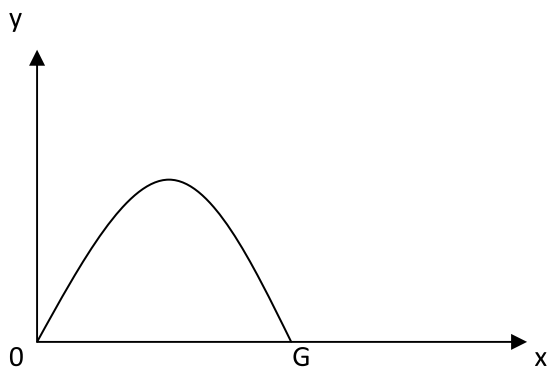

Figura 2.8

Supponiamo di voler lanciare verso l'alto un corpo (particella)in modo che formi un angolo, che chiameremo per comodità θ, con l'asse orizzontale (x). Chiamiamo **gittata** la massima distanza orizzontale percorsa dal corpo durante il suo moto (0G), ossia la distanza tra il punto G e l'origine del piano cartesiano. La gittata è un concetto molto importante. Si pensi per esempio ai cannoni presenti sulla navi da guerra. Spesso vengono classificati proprio in base alla gittata. Siccome il corpo sale e viene frenato dall'accelerazione gravitazionale (quindi il moto è uniformemente decelerato) si può scrivere l'ormai usuale equazione per la velocità:

$$v(t) = v_0 - gt$$

Visto però che il moto avviene lungo due direzioni contemporaneamente, ossia verso l'asse y (in alto) e verso l'asse (spostamento laterale) si evince facilmente che è necessario scomporre tale moto lungo i due assi cartesiani. Pertanto si ottiene la seguente scomposizione:

$$v_x = v_0 \cos\theta \vec{U}_x$$

$$v_y = (v_0 \sin\theta - gt)\vec{U}_y$$

Dove chiaramente con $\vec{U}_x$ *e* $\vec{U}_y$ indichiamo rispettivamente i versori lungo gli assi x e y. Pertanto utilizzando l'equazione generale 2.6 possiamo scrivere:

$$x(t) = v_0 \cos\theta \cdot t$$

$$y(t) = v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

Pertanto lungo l'asse delle x si ha un moto rettilineo uniforme, mentre sull'asse delle y si ha un moto uniformemente decelerato. La traiettoria si ricava semplicemente in questo modo:

$$y(t) = v_0 \sin\theta \frac{x(t)}{v_{0\cos\theta}} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x(t)}{v_0 \cos\theta}\right)^2 = x(t) \tan\theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos\theta^2} x^2 \qquad (2.26)$$

Si noti che quest'ultima equazione è la nota equazione della parabola. Ovviamente per calcolare la gittata basta osservare la seguente figura:

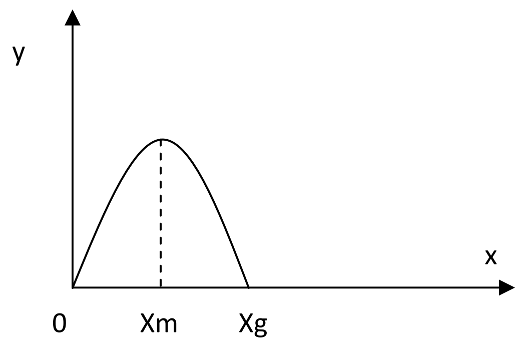

Figura 2.9

Dalla figura 2.9 si evince con estrema facilità che xg=2xm, con:

$$x_m = \frac{v_0^2 \cos\theta \sin\theta}{g}$$

Infatti nel punto G(Xg,Yg) abbiamo che Yg=0 e pertanto:

$$x(t) \tan\theta = \frac{g}{2v_0^2 \cos\theta^2} x^2 \rightarrow x(t) = \frac{2v_0^2 \cos\theta^2 \tan\theta}{g} = \frac{2v_0^2 \cos\theta \sin\theta}{g} \qquad (2.27)$$

Si ricordi infatti che per definizione:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

L'altezza massima raggiunta dal corpo è data da:

$$Y_{max} = \frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}\tan\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos\theta^2}\left(\frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}\right)^2 \rightarrow Y_{max} = \frac{v_0^2\sin\theta^2}{2g} \qquad (2.28)$$

Ovviamente il tempo necessario alla particella per percorrere tutta la gittata è dato da:

$$t = \frac{x_g}{v_o\cos\theta} = \frac{2x_m}{v_o\cos\theta} \qquad (2.29)$$

Infine potrebbe essere necessario anche calcolare l'angolo di lancio per cui si ha la massima gittata. Tale calcolo è abbastanza facile se si ricorda che nel punto di massima altezza (punto di stazionarietà) la derivata prima è zero. Quindi:

$$\frac{dx}{dt} = 0 \rightarrow \frac{2v_0^2}{g}(-\sin\theta^2 + \cos\theta^2) = 0 \rightarrow \theta = 45°\ si\ ottiene\ x = \frac{v_0^2}{g} \qquad (2.30)$$

ESEMPIO: Vediamo subito un esempio. Supponiamo di avere a disposizione un cannone che spara una bomba orizzontalmente. Tale cannone è posto a circa 50 metri sopra un piano orizzontale. La velocità iniziale della bomba possiamo supporre che sia di 300 m/s. Vogliamo sapere per quanto tempo la bomba resta in aria, qual è la sua gittata. L'esempio è abbastanza semplice e viene illustrato qui di seguito:

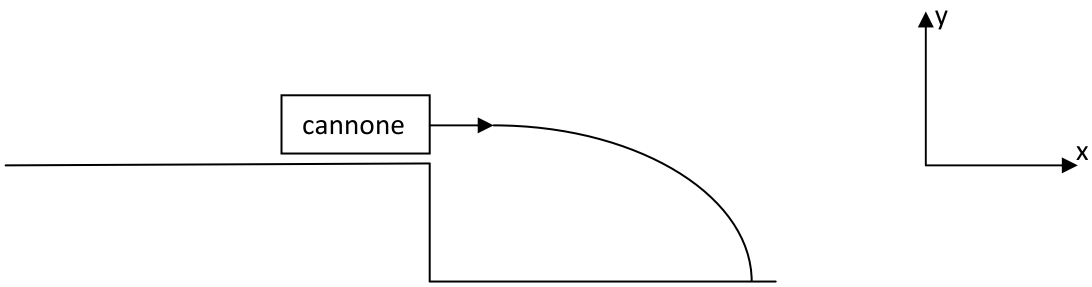

Figura 2.10

Innanzitutto possiamo immediatamente scomporre la velocità lungo i due assi cartesiani (x e y). Si ottiene:

$$v_x = v_0 = 300\ m/s$$

Lungo l'asse y non c'è, inizialmente, nessun tipo di velocità. Non ci sono accelerazioni orizzontali ma ci sono accelerazioni verticali e pertanto si ha:

$$v_y = gt$$

La velocità iniziale lungo l'asse delle y è ovviamente nulla. A questo punto, conoscendo l'altezza (y=50 metri) si può scrivere (visto che lungo l'asse delle y il moto è uniformemente accelerato):

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

Pertanto il tempo di caduta è: $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \approx 10{,}20s$

In quel frangente di tempo lo spostamento orizzontale è: $x = v_x t \approx 3061\ m.$

2.7 RAPPRESENTAZIONE VETTORIALE:

Fino ad ora abbiamo analizzato le grandezze fondamentali della cinematica (velocità, accelerazione, spostamento,…) come dei semplici numeri, ossia come delle grandezze scalari. E' importante però sottolineare la loro natura di grandezze vettoriali. In particolare consideriamo la seguente situazione fisica:

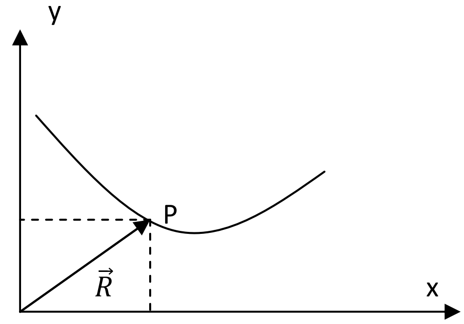

Figura 2.11

Come mostra la figura 2.11 la posizione di una particella viene individuata da un vettore che prende il nome di vettore posizione. Ovviamente scomponendo il vettore posizione (che chiamiamo per comodità $\vec{R}$) lungo gli assi cartesiani otteniamo:

$$\vec{R} = \vec{R}_x \vec{U}_x + \vec{R}_y \vec{U}_y$$

Consideriamo ora due differenti posizioni sulla traiettoria di figura 2.11. Queste due posizioni le chiamiamo per comodità P1 e P2 e sono ovviamente individuate da due vettori di posizione chiamati rispettivamente $\vec{R}_1\ e\ \vec{R}_2$.

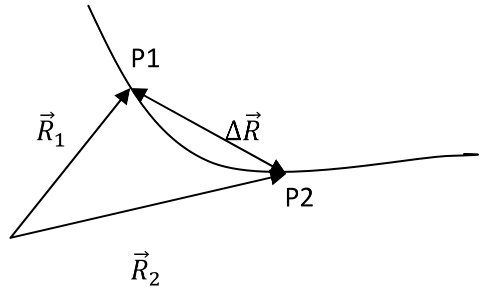

Figura 2.12

Ovviamente si ha:

$$\frac{\Delta \vec{R}}{\Delta t} = \frac{\vec{R}_2(t) - \vec{R}_1(t)}{\Delta t}$$

Pertanto definiamo **velocità vettoriale** la derivata rispetto al tempo del raggio vettore (vettore posizione).

Formalmente si ha:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} \qquad (2.31)$$

Vediamo di fornire ora un calcolo delle componenti di questa velocità (lungo gli assi cartesiani). Analizziamo per prima cosa le **componenti cartesiane** della velocità vettoriale.

$$\vec{v} = v_x \vec{U}_x + v_y \vec{U}_y = \frac{dx}{dt}\vec{U}_x + \frac{dy}{dt}\vec{U}_y$$

Ovviamente tale vettore avrà un modulo ed un angolo rispetto all'asse delle x. Il modulo sarà:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \qquad (2.32)$$

Mentre l'angolo sarà:

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} \qquad (2.33)$$

Analizziamo ora le **componenti polari** della velocità vettoriale, ricordandoci che:

$$x(t) = \rho\cos\theta$$

$$y(t) = \rho\sin\theta$$

Riconsideriamo la situazione già vista in precedenza:

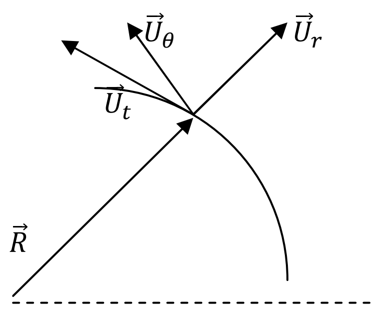

Figura 2.13

I versori $\vec{U}_r$ e $\vec{U}_\theta$ sono rispettivamente i **versori radiale** ed il **versore trasversale**. Il versore radiale mi descrive la direzione della **velocità radiale** ossia la componente della velocità nella direzione del raggio vettore (vettore posizione). Intuitivamente la velocità radiale mi rappresenta il tasso di variazione della distanza di un oggetto (la variazione della posizione nei confronti dell'osservatore, ossia se il punto materiale si avvicina o si allontana dall'osservatore). Il versore trasversale invece è il versore che indica la direzione del vettore **velocità trasversale.** Per comprendere meglio il significato della velocità trasversale, si pensi per esempio che in astronomia, la velocità trasversale è la componente della velocità dell'astro perpendicolare alla visuale osservatore-astro. Detto ciò, posiamo quindi scrivere che:

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta \qquad (2.34)$$

Graficamente si ha:

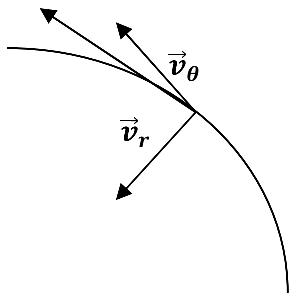

Figura 2.14

In maniera del tutto analoga si può fornire una descrizione accurata del vettore **accelerazione:**

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} \qquad (2.35)$$

Anche in questo caso utilizzando le coordinate cartesiane si ha:

$$\vec{a} = a_x\vec{U}_x + a_y\vec{U}_y \qquad (2.36)$$

Mentre per le coordinate polari si avra:

$$\vec{a} = a_r\vec{U}_r + a_\theta\vec{U}_\theta \qquad (2.37)$$

Dove chiaramente a_r è **l'accelerazione radiale** mentre a_θ è **l'accelerazione trasversale**. Per una dimostrazione più formale inerente alla velocità ed alla accelerazione trasversale e radiale si veda l'appendice A (nella sezione in cui si parla della derivata di un vettore).

2.8 STRUMENTI DI MISURA:

Fino ad ora abbiamo analizzato i vari tipi di moti descrivendoli in termini di velocità, spazio percorso, accelerazione, eccetera. Ora vediamo brevemente i principali strumenti di misura utilizzati per misurare per esempio la velocità e l'accelerazione. Partiamo dalla misura della velocità. Innanzitutto vale la pena citare il fatto che in generale gli strumenti di misura possono essere grossolanamente suddivisi in due tipi:

1. **Strumenti di tipo metro**
2. **Strumenti di tipo scopio**

Gli strumenti di tipo metro sono strumenti tarati e quindi forniscono una misura precisa di una determinata grandezza fisica. Gli strumenti di tipo scopio invece non sono tarati perché forniscono una misura qualitativa di una determinata grandezza fisica (ne visualizzano l'andamento). Un esempio di strumento di misura di tipo metro è il termometro, mentre un esempio di strumento di tipo scopio è l'oscilloscopio. Lo strumento che permette di misurare la velocità istantanea di un determinato mezzo è il **tachimetro** che viene illustrato di seguito:

Figura 2.15

Nella figura oltre al tachimetro è raffigurato anche il **contachilometri** il quale permette per l'appunto di misurare i chilometri percorsi (quindi è uno strumento atto a misurare la distanza percorsa da un prefissato punto iniziale). Il contachilometri può essere:

1. **Totale**
2. **Parziale**

Il contachilometri totale permette di misurare la distanza percorsa dall'autoveicolo dall'inizio della propria vita fino alla sua eventuale rottamazione, mentre il contachilometri parziale può essere riazzerato a piacere e viene utilizzato per misurare la quantità di chilometri percorsa per ogni singolo tragitto. Per quanto riguarda invece la misurazione dell'accelerazione ci si appoggia su un particolare strumento denominato **accelerometro**. Tale strumento misura l'intensità dell'accelerazione semplicemente rilevando l'inerzia di una certa massa quando viene sottoposta ad una determinata accelerazione. Quest'ultimo strumento verrà descritto in maniera più approfondita in seguito quando tratteremo l'inerzia, ed altri simili concetti.

Concludendo questo secondo capitolo, si può affermare che la **cinematica** è quel ramo della fisica che si occupa di studiare il moto di un corpo senza studiarne le cause che lo generano. Nei prossimi capitoli inizieremo invece a parlare di forze e quindi inizieremo a capire meglio come avvengono tali moti.