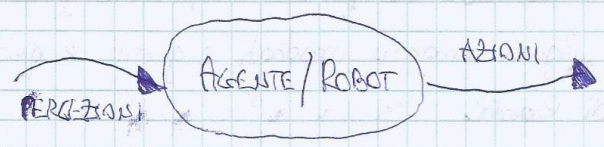


APPUNTI DI ROBOTICA:

Lo scopo di questi appunti è quello di illustrare i principi della robotica. La robotica è questa disciplina tecnico-scientifica che si occupa di progettare e realizzare robot.

Un robot è una macchina concepita per aiutare l'uomo nello svolgimento di compiti ripetitivi o pericolosi.

Un robot può essere visto come un agente. Un agente è un sistema che interagisce con l'ambiente esterno:

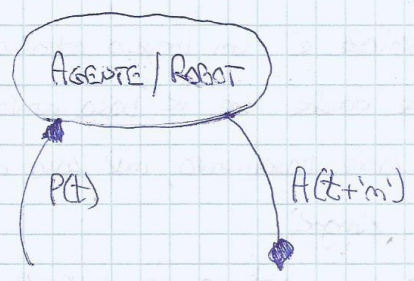


L'agente percepisce ciò che avviene nel mondo esterno, elabora tali informazioni, e decide quale azione o sequenza di azioni svolgere sull'ambiente. Indichiamo con:

$P(t)$: le percezioni che riceve l'agente all'istante di tempo t .

$A(t)$: le azioni intraprese dal robot all'istante di tempo t .

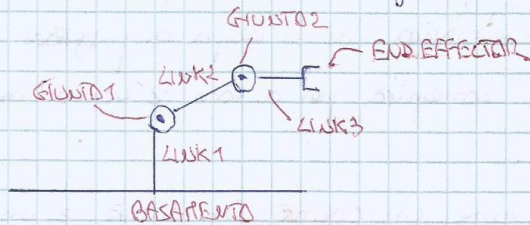
Quindi si ha:



Le azioni compiute dal robot vengono compiute un tot di secondi dopo la lettura e l'interpretazione delle percezioni. Quindi esiste un tempo di latenza tra la lettura delle percezioni e l'esecuzione dell'azione. La lettura delle percezioni avviene tramite l'uso di appositi sensori e le azioni vengono compiute da appositi attuatori.

②

Nella classica robotica industriale, un robot è un braccio composto da tanti **Link** (collegamenti) collegati tra loro da giunti.



Un giunto è un organo meccanico che fornisce 1 g.d.l. (grado di libertà) all'intera struttura. Nella figura vengono mostrati 2 giunti e quindi la struttura ha due gradi di libertà.

Un giunto può essere:

- 1) **giunto rotazionale** → permette un movimento rotatorio
- 2) **giunto traslatorio** → permette un movimento lineare.

L'**end-effector** è l'organo terminale del braccio robotico e può essere una pinza con 2-3 dita, un saldatore, eccetera.

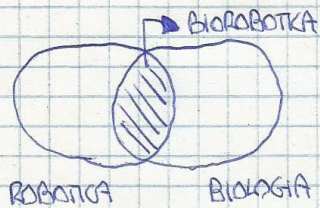
Quindi un classico robot industriale è un braccio robotico chiamato anche **catena seriale**. Può capitare anche che il basamento non sia fisso ma mobile. Quindi il robot ha come basamento, nel caso di robot mobile, di una struttura basata su ruote o cingoli.

Ogni robot è controllato da un sistema di controllo chiamato **controller**.

Il controller contiene un vero e proprio computer, una manettiera per i collegamenti I/O come per esempio sensori esterni, sistema di visione, computer esterno o **teach pendant**. Il **teach pendant** è un dispositivo accoppiato con il robot, una sorta di tastiera, che permette all'operatore di manovrare manualmente il robot e anche di programmarlo.

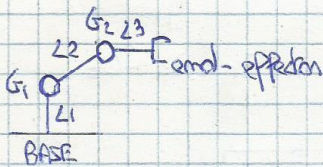
3

La robotica umanoidale è quel ramo della robotica che si occupa di progettare e realizzazione robot che simulano il comportamento ed il modo di muoversi dell'essere umano. La robotica umanoidale può anche essere vista come un ramo della bio-robotica. La bio-robotica si occupa di progettare e realizzazione robot che simulano il comportamento del mondo animale e vegetale.



Prima di affrontare gli argomenti inerenti alla robotica umanoidale bisogna entrare gradualmente nel mondo della robotica.

Si consideri un classico braccio robotico industriale:



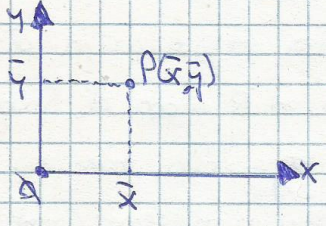
$$L_{TOT} = \sum_{i=1}^n L_i \rightarrow \text{insieme di tutti i Link}$$

$$G_{TOT} = \sum_{i=1}^n G_i \rightarrow \text{insieme di tutti i giunti}$$

La struttura mostrata si basa su una serie di **Link** ossia di corpi rigidi collegati fra loro da **giunti**. Solitamente un Link è di alluminio ed al cui interno vi sono i vari datturici. Un giunto può essere passivo oppure attivo (ossia motorizzato). Inoltre un giunto può essere:

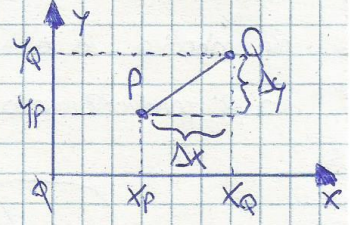
- 1) **giunto traslatorio** \rightarrow permette movimenti lineari (traslatorii)
- 2) **giunto rotatorio** \rightarrow permette delle rotazioni.

L'**end-effector** è l'organo terminale chiamato anche organo di presa o gripper. Prima di proseguire una breve parentesi sulla traslazioni e le rotazioni. Partiamo dalle traslazioni. Si consideri un generico punto P su un piano cartesiano.



Un punto P che si muove linearmente può raggiungere una nuova posizione Q tale che:

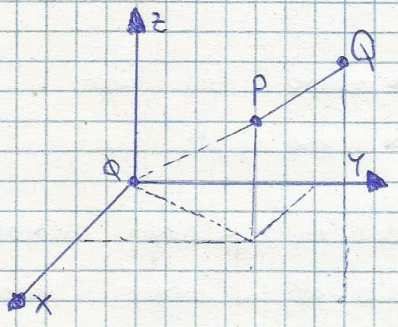
$$\begin{cases} x_Q = x_P + \Delta x \\ y_Q = y_P + \Delta y \end{cases}$$



Dal grafico appare subito evidente che la distanza lineare tra Q e P vale per il teorema di Pitagora:

$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

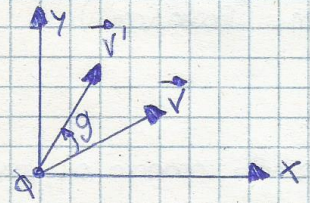
Analogamente si ha per lo spazio Euclideo (tridimensionale):



$$\begin{cases} x_Q = x_P + \Delta x \\ y_Q = x_P + \Delta y \end{cases} \text{ e } z_Q = z_P + \Delta z$$

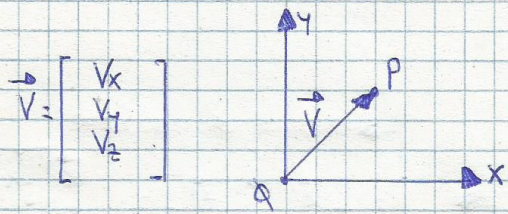
$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

Per quanto riguarda le rotazioni le cose si complicano. Consideriamo il più semplice piano cartesiano:

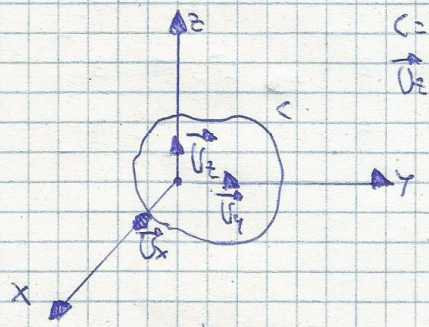


Sia \vec{v} un generico vettore posizione di un punto nel piano. Dopo una rotazione θ il punto si sarà spostato verso una nuova posizione identificata dal vettore \vec{v}' .

Ad ogni modo, la posizione di un punto nello spazio può essere descritta da un vettore chiamato **vettore posizione** così strutturato:



Un **corpo rigido** è un corpo per cui distanza fra i punti rimane costante.
 L'orientamento di un corpo rigido è descritto da una forma solida con il corpo stesso.

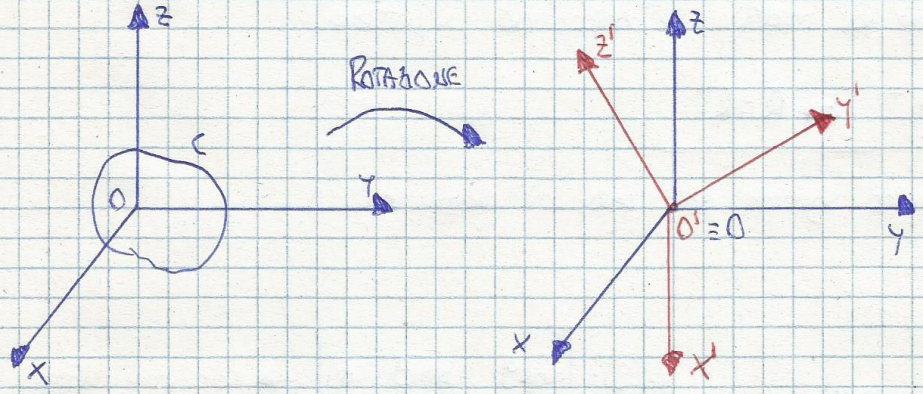


C = CORPO RIGIDO

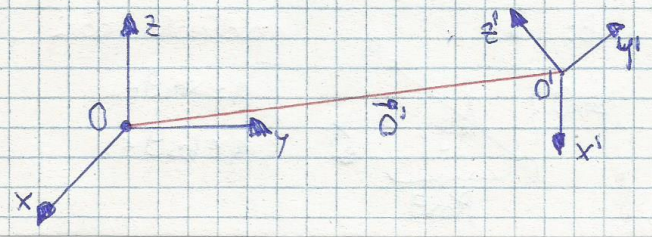
$\vec{U}_z, \vec{U}_y, \vec{U}_x$ sono i versori dei rispetti assi.

• N.B: Un **versore** chiamato anche **indicatore di direzione** è un vettore di modulo unitario.

Dopo una rotazione si ha:



Quindi possiamo legare il sistema di riferimento fisso 0-xyz con il sistema di riferimento mobile 0'-x'y'z' in questo modo:



$$\vec{O}' = \begin{bmatrix} O'_x \\ O'_y \\ O'_z \end{bmatrix} \text{ vettore posizione}$$

Per quanto riguarda l'orientamento:

$$\begin{aligned} \vec{x}' &= x'_x \vec{U}_x + x'_y \vec{U}_y + x'_z \vec{U}_z \\ \vec{y}' &= y'_x \vec{U}_x + y'_y \vec{U}_y + y'_z \vec{U}_z \\ \vec{z}' &= z'_x \vec{U}_x + z'_y \vec{U}_y + z'_z \vec{U}_z \end{aligned}$$

matrice di rotazione

$$\Rightarrow R = [\vec{x}' \ \vec{y}' \ \vec{z}'] = \begin{bmatrix} x'_x \vec{U}_x & y'_x \vec{U}_x & z'_x \vec{U}_x \\ x'_y \vec{U}_y & y'_y \vec{U}_y & z'_y \vec{U}_y \\ x'_z \vec{U}_z & y'_z \vec{U}_z & z'_z \vec{U}_z \end{bmatrix}$$

Il simbolo "T" posto come indice indica il trasposto di un vettore o di una matrice. Per esempio:

$$A = [1 \ 2 \ 3] \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow B^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

↙ vettore riga ↘ vettore colonna

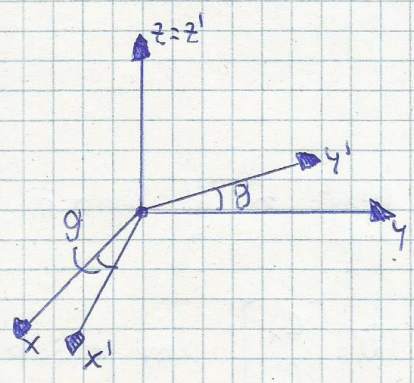
Una delle proprietà matriciali di R è:

$$x'^T y' = 0, \quad y'^T z' = 0, \quad z'^T x' = 0 \quad \text{e} \quad x'^T x' = 1, \quad y'^T y' = 1, \quad z'^T z' = 1$$

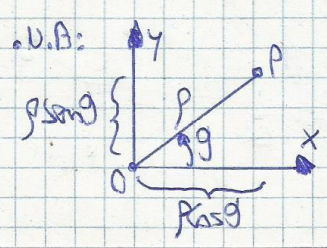
Quindi siccome la matrice è ortogonale si ottiene:

$$\underline{R^T \cdot R = I \Rightarrow R^T = R^{-1}}$$

Diamo un rapido sguardo alle rotazioni elementari:



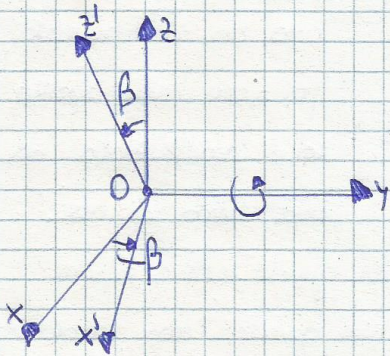
$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Rotazione attorno all'asse } z.$$



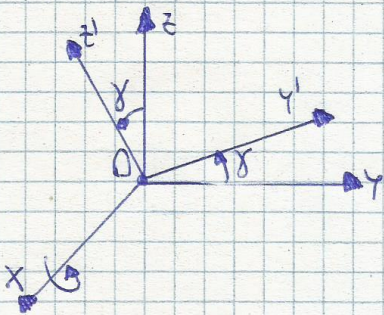
caratteristiche principali

$$\begin{aligned} 0 &\leq \sin\theta \leq 1 \\ 0 &\leq \cos\theta \leq 1 \end{aligned}$$

Analizziamole:

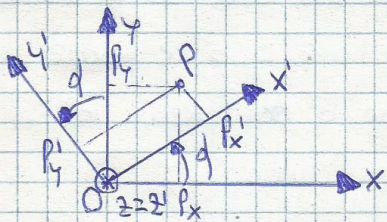


$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \rightarrow \text{Rotazione attorno all'asse } y$$



$$R_x(\delta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \rightarrow \text{Rotazione attorno all'asse } x$$

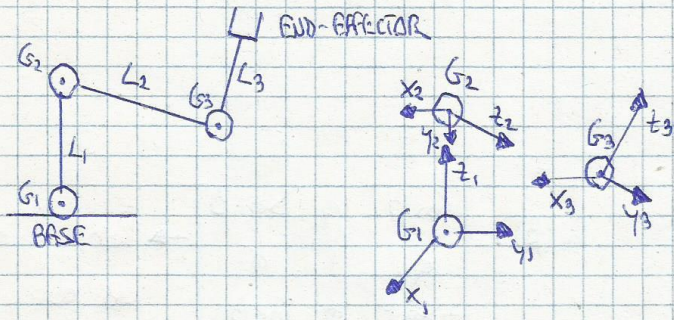
Per chiarire i concetti analizziamo un semplice esempio. Vediamo come cambiano le coordinate di un generico punto P dopo una rotazione attorno all'asse z.



$$\begin{cases} P_x = P_x' \cos \alpha - P_y' \sin \alpha \\ P_y = P_x' \sin \alpha + P_y' \cos \alpha \\ P_z = P_z' \end{cases}$$

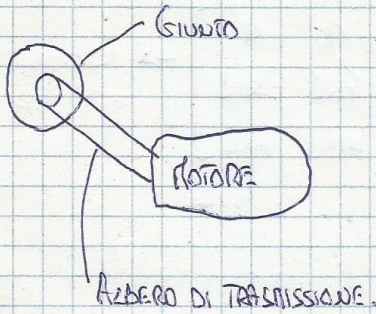
Più avanti si vedranno questi concetti applicati alla robotica. Consideriamo un generico braccio robotico composto da un tot numero di link e di giunti.

Si ha:

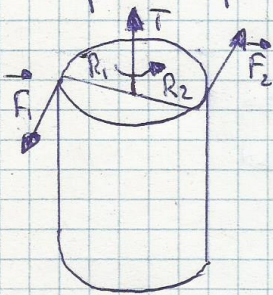


Ogni giunto occupa una ben determinata posizione nello spazio ed è caratterizzata da una forma di assi.

Quindi l'asse z è orientato verso la direzione del link. Ogni giunto può essere attivo o passivo. Un giunto attivo è un giunto motorizzato mentre un giunto passivo è un giunto non motorizzato e da giunti subisce il moto.

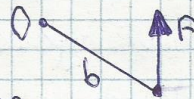


Come vedremo, ogni motore genera una coppia. La coppia o momento torcente è una coppia di forze.



Il momento di una forza, che si imbrica con M , rispetto ad un punto O è il prodotto della forza F per la distanza "b" dal polo O . Tale distanza viene chiamata braccio.

Anche il momento è un vettore.

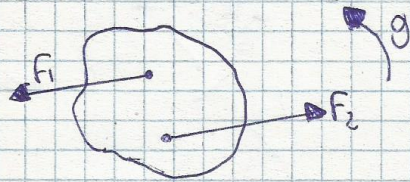


$M = F \cdot b$

Il momento è perpendicolare al piano definito dal polo O .

Una coppia di forze è un sistema composto di due forze parallele,

di uguale intensità ma di verso opposto applicati in due punti diversi di un corpo rigido.



Quindi una coppia comporta una rotazione del corpo su cui si applica.

Quando parliamo degli azionamenti riprenderemo in mano questi concetti. Nella fisica classica quando si vuole osservare descrivere il moto di un corpo si studiano le equazioni della cinematica, mentre se si vogliono studiare le cause del moto si sfruttano le equazioni della dinamica. Per questo motivo in robotica studieremo per primo la cinematica di un robot per capire i movimenti per poi passare alla dinamica di un robot.

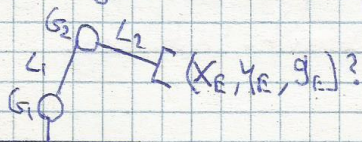
Nella robotica si parla di:

- 1) cinematica diretta
- 2) cinematica inversa

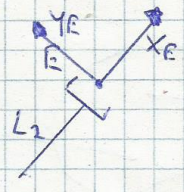
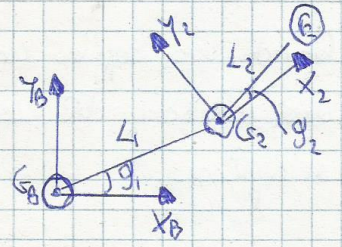
La cinematica diretta consente di determinare posizione e orientamento dell'end-effector in funzione delle variabili dei giunti.



Si consideri il seguente robot composto da due link e due giunti:



In prima cosa stabiliamo un sistema di coordinate fisse chiamato **frame di base**.



E = end-effector.

Si può scrivere:

$$\begin{aligned}
 x_E &= L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 y_E &= L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned}$$

Anche l'orientamento rispetto al frame di base viene data dalla direzione dei coseni degli angoli x_E, y_E rispetto a x_B e y_B . Quindi:

$$\begin{aligned}
 x_E \cdot x_B &= \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 x_E \cdot y_B &= -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\
 y_E \cdot x_B &= \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
 y_E \cdot y_B &= \cos(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned}$$

In forma matriciale si ha:

$$\begin{bmatrix} x_E \cdot x_B & y_E \cdot x_B \\ x_E \cdot y_B & y_E \cdot y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$

Queste sono le equazioni della cinematica diretta. Capita spesso che i robot siano molto più complicati. In questo caso è meglio usare una procedura chiamata **procedura di Denavit-Hartenberg**.