2) Risolvere con il metodo del simplesso il seguente problema:

$$\left\{ \min z = X_1 + X_2 + 2X_3 + 4X_4 : \begin{array}{l} 2X_2 - 3X_4 = 1 \\ X_1 - X_4 = 0 \\ -X_1 + X_3 = 1 \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0 \end{array} \right\}$$

2) Tableau iniziale:

$$\begin{array}{cc|cccc} & & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ -z & 0 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 0 & 2 & 0 & -3 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

→ Non ho una base iniziale ammissibile. Devo aggiungere due variabili artificiali. (X_5, X_6). Quindi:

$$\begin{array}{cc|cccccc} & & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline X_3 & 1 & 0 & 2 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ X_5 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ X_6 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \uparrow & & \uparrow & \uparrow \end{array}$$

La nuova base iniziale ammissibile è:

$$\underbrace{\begin{array}{ccc} X_5 & X_6 & X_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}}_{I}$$

Purtroppo il tableau non è in forma canonica. Inoltre non si può portarlo in forma canonica nel solito modo perché si otterebbe che X_5 e X_6 andrebbero a posto ma X_3 uscirebbe ($X_3 = -1$).

Possiamo usare la variabile X_7 al posto di X_3:

$$\begin{array}{cc|cccc:ccc} & & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline X_5 & 1 & 0 & 2 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ X_6 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ X_7 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$\underbrace{\qquad}_{I}$

→ Forma canonica:

$$\begin{array}{c|ccccccc} & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 \\ -\omega = -2 & 0 & -2 & -1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & \textcircled{2} & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

⇓

$$\begin{array}{cc|ccccccc} & & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 \\ -\omega & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline X_2 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ X_6 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ X_7 & 1 & -1 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

←

$$\begin{array}{cc|ccccccc} & & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 \\ -\omega & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline X_2 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ X_6 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ X_3 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

⇓

$$\begin{array}{cc|cccc:ccc} & & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline X_2 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ X_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ X_3 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Elimino le variabili artificiali:

$$\Rightarrow \begin{array}{cc|cccc} & & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline X_2 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \\ X_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ X_3 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}$$

Torno al problema originario:

		X_1	X_2	X_3	X_4
$-z$	0	1	1	2	4
X_2	$\frac{1}{2}$	0	1	0	$-\frac{3}{2}$
X_1	0	1	0	0	-1
X_3	1	0	0	1	-1

→ canonicizziamo:

		X_1	X_2	X_3	X_4
$-z$	$-\frac{3}{2}$	0	0	1	$\frac{15}{2}$
X_2	$\frac{1}{2}$	0	1	0	$-\frac{3}{2}$
X_1	0	1	0	0	-1
X_3	1	0	0	①	-1

Quindi:

		X_1	X_2	X_3	X_4
$-z$	$-\frac{5}{2}$	0	0	0	$\frac{17}{2}$
X_2	$\frac{1}{2}$	0	1	0	$-\frac{3}{2}$
X_1	0	1	0	0	-1
X_3	1	0	0	1	-1

→ TABLEAU OTTIMO

3) Risolvere con il metodo del simplesso il seguente problema:

$$\left\{ \min z = X_1 - 2X_2 : \quad \begin{array}{l} 2X_1 + X_2 - 3X_3 = 1 \\ 3X_1 + 2X_2 - X_3 = 5 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{array} \right\}$$

3) TABLEAU:

	X_1	X_2	X_3
$-z$ 0	1	-2	0
1	2	1	-3
5	3	2	-1

Anche in questo problema, non esiste la base iniziale ammissibile e quindi:

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
$-w$	0	0	0	0	1	1
X_4	1	2	1	-3	1	0
X_5	5	3	2	-1	0	1

NB: Si prende sempre il costo ridotto negativo di indice più piccolo

Forma canonica:

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
$-w$	-6	-5	-3	4	0	0
X_4	1	②	1	-3	1	0
X_5	5	3	2	-1	0	1

$\underbrace{\quad X_4 \quad X_5 \quad}_{I}$

→

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5 I
$-w$	$-\frac{7}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	0
X_1	$\frac{1}{2}$	1	$\textcircled{\scriptsize 1/2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
X_5	$\frac{7}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	1

il relativo costo ridotto è il primo "della lista".

→

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
$-w$	-3	1	0	-5	3	0
X_2	1	2	1	-3	1	0
X_5	3	-1	0	⑤	-2	1

Quindi:

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
$-w$	0	0	0	0	1	1
X_2	$\frac{14}{5}$	$\frac{7}{5}$	1	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$
X_3	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1	$-\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$

Eliminiamo X_4, X_5 e torniamo al problema originario:

		X_1	X_2	X_3
$-z$	0	1	-2	0
X_2	$\frac{14}{5}$	$\frac{7}{5}$	①	0
X_3	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1

→

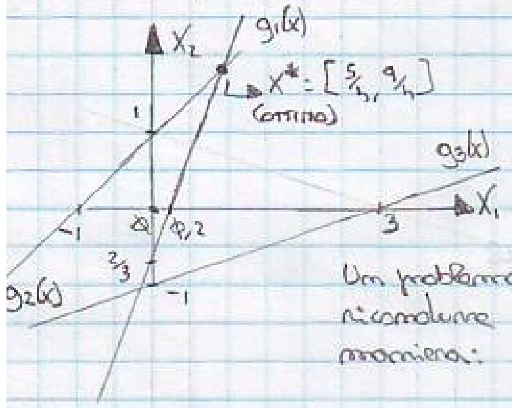
		X_1	X_2	X_3
$-z$	$\frac{28}{5}$	$\frac{19}{5}$	0	0
X_2	$\frac{14}{5}$	$\frac{7}{5}$	1	0
X_3	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	1

↳ TABLEAU OTTIMO.

4) Risolvere il seguente problema con il metodo del simplesso:

$$\left\{ \max z = 3X_1 + 5X_2 : \begin{array}{l} 7X_1 - 3X_2 \leq 2 \\ -X_1 + X_2 \leq 1 \\ X_1 - 3X_2 \leq 3 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

4) È un problema che possiede vincoli con solo due variabili, e quindi possiamo fornire un'interpretazione geometrica dello stesso.



$g_1(x) : 7X_1 - 3X_2 \leq 2$

$g_2(x) = -X_1 + X_2 \leq 1$

$g_3(x) : X_1 - 3X_2 \leq 3$

Forma standard:

$$\left\{ \max z = 3X_1 + 5X_2 : \begin{array}{l} 7X_1 - 3X_2 + X_3 = 2 \\ -X_1 + X_2 + X_4 = 1 \\ X_1 - 3X_2 + X_5 = 3 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Un problema di massimo si può sempre ricondurre ad un problema di minimo nella seguente maniera:

$$\{ \max z = c^T x : Ax = b, \ x \geq 0 \} \longrightarrow \{ \min z = -c^T x : Ax = b, \ x \geq 0 \}$$

Quindi:

$$\left\{ \min z = -3X_1 - 5X_2 : \begin{array}{l} 7X_1 - 3X_2 + X_3 = 2 \\ -X_1 + X_2 + X_4 = 1 \\ X_1 - 3X_2 + X_5 = 3 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0 \end{array} \right\}$$

→ TABLEAU:

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
$-z$	0	-3	-5	0	0	0
X_3	2	$\textcircled{7}$	-3	1	0	0
X_4	1	-1	1	0	1	0
X_5	3	1	-3	0	0	1

$\underbrace{X_3 \quad X_4 \quad X_5}_{I}$

Concludendo:

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
$-z$	6/7	0	-44/7	3/7	0	0
X_1	2/7	1	-3/7	1/7	0	0
X_4	9/7	0	$\textcircled{4/7}$	1/7	1	0
X_5	19/7	0	-18/7	-1/7	0	1

→

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
$-z$	15	0	0	2	11	0
X_1	5/4	1	0	1/4	3/4	0
X_2	9/4	0	1	1/4	7/4	0
X_5	17/2	0	0	1/2	9/2	1

TABLEAU OTTIMO ←

Si ottiene che $X^* = \begin{cases} X_1 = 5/4 \\ X_2 = 9/4 \end{cases}$ dove $z = 3 \cdot 5/4 + 5 \cdot 9/4 = 15/4 + 45/4 = \frac{\cancel{60}^{15}}{\cancel{4}_{1}} = 15$ (valore massimo della funzione obiettivo.)

5)
$$\left\{ \min z = X_1 + 4X_2 + 7X_3 + X_4 : \begin{array}{l} -2X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4 \geq 2 \\ X_1 + X_3 + X_4 \geq 3 \\ X_1 - X_2 + X_3 - X_4 \geq 1 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \ X_4 \text{ non vincolata in segno} \end{array} \right\}$$

a) scrivere il problema duale

b) eliminare eventuali ridondanze riducendo opportunamente le dimensioni del problema duale.

c) Risolvere il problema duale per via geometrica.

d) Determinare tutte le matrici di base ammissibili del problema duale.

e) Determinare i valori ottimi delle variabili primali col metodo degli scarti complementari.

5) a) Problema duale:
$$\begin{cases} \max\ \omega = 2u_1 + 3u_2 + u_3 : \\ -2u_1 + u_2 + u_3 \le 1 \\ 2u_1 - u_3 \le 4 \\ u_1 + u_2 + u_3 \le 7 \\ \rightarrow u_1 + u_2 - u_3 = 1 \\ u_1, u_2, u_3 \ge 0 \end{cases}$$

NB: $u^T A = [u_1\ u_2\ u_3] \cdot \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

$\Downarrow$

$$u^T A = \begin{bmatrix} -2u_1 + u_2 + u_3 \\ 2u_1 - u_3 \\ u_1 + u_2 + u_3 \\ u_1 + u_2 - u_3 \end{bmatrix}$$

b) Ridondante: $u_1 + u_2 - u_3 = 1 \Rightarrow u_1 + u_2 - 1 = u_3$

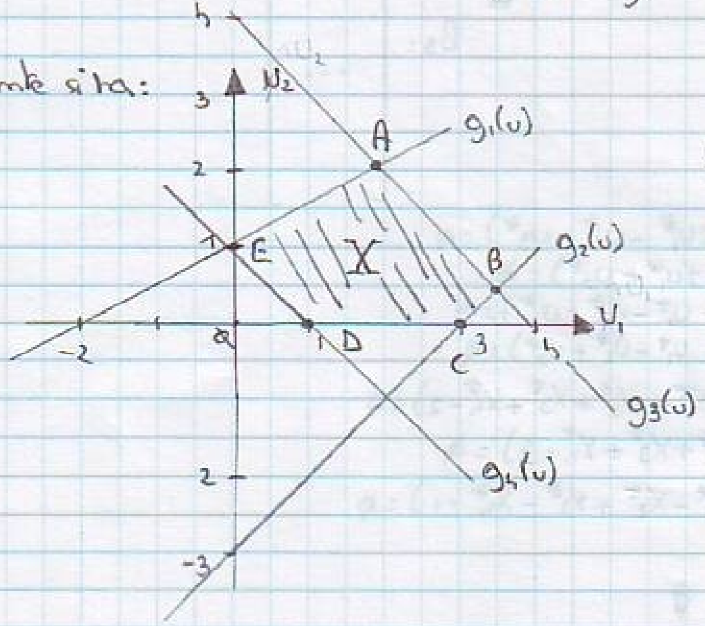
$\Downarrow$

Siccome $u_3 \ge 0 \Rightarrow u_1 + u_2 - 1 \ge 0$

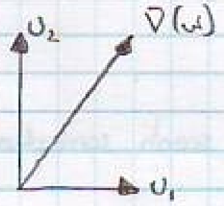
Quindi:
$$\begin{cases} \max\ \omega = 2u_1 + 3u_2 + u_1 + u_2 - 1 : & -2u_1 + u_2 + u_1 + u_2 - 1 \le 1 \\ & 2u_1 - u_1 - u_2 + 1 \le 4 \\ & u_1 + u_2 + u_1 + u_2 - 1 \le 7 \rightsquigarrow u_1 + u_2 - 1 \le 0 \\ & u_1, u_2, u_3 \ge 0 \end{cases}$$

Concludendo:
$$\begin{cases} \max\ \omega = 3u_1 + 4u_2 - 1 : & -u_1 + 2u_2 \le 2 & g_1(u) \\ & u_1 - u_2 \le 3 & g_2(u) \\ & 2u_1 + 2u_2 \le 8 & g_3(u) \\ & u_1 + u_2 \le 1 & g_4(u) \\ & u_1, u_2 \ge 0 \end{cases}$$

c) Graficamente si ha:



Grad(ω) = 3, 4



A è il punto di ottimo.

㊵

d) MATRICI AMMISSIBILI: Portiamo il problema in forma standard:

$$\begin{cases} \max w = 3u_1 + 4u_2 - 1 : & -u_1 + 2u_2 + u_3 = 2 & g_1(u) \\ & u_1 - u_2 + u_4 = 3 & g_2(u) \\ & 2u_1 + 2u_2 + u_5 = 8 & g_3(u) \\ & -u_1 - u_2 + u_6 = -1 & g_4(u) \\ & u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6 \geq 0 \end{cases}$$

Consideriamo il punto $A = (2,2)$. La base è (u_1, u_2, u_4, u_6). Si noti che:

$$U = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{in } A \ \underline{u_3 = u_5 = 0}. \text{ Quindi:}$$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{I}$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Consideriamo $B = (7/2, 1/2)$ e quindi $u_1 = 7/2$, $u_2 = 1/2 \Rightarrow u_4 = 0$ e $u_5 = 0$

$\Downarrow$

base è: (u_1, u_2, u_3, u_6)

$$B_2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Analogamente: $C = (3,0) \Rightarrow$ base $(u_1, \overset{0}{\cancel{u_2}}, u_3, \overset{0}{\cancel{u_4}}, u_5, u_6) \Rightarrow B_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Per:

$D = (1,0) \Rightarrow$ base $(u_2, \overset{0}{\cancel{u_3}}, u_4, \overset{0}{\cancel{u_5}}) \Rightarrow B_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Infine per $E = (0,1) \Rightarrow$ base (u_2, u_4, u_5)

$$\Rightarrow B_5 = \begin{bmatrix} \\ \cdots \\ \\ \end{bmatrix}$$

e) scarti complementari:

$$X_1^*(1 + 2u_1^* - u_2^* - u_3^*) = 0$$
$$X_2^*(4 - 2u_1^* + u_3^*) = 0$$
$$X_3^*(7 - u_1^* - u_2^* - u_3^*) = 0$$
$$X_4^*(1 - u_1^* - u_2^* + u_3^*) = 0$$
$$u_1^*(-2X_1^* + 2X_2^* + X_3^* + X_4^* - 2) = 0$$
$$u_2^*(X_1^* + X_3^* + X_4^* - 3) = 0$$
$$u_3^*(X_1^* - X_2^* + X_3^* - X_4^* - 1) = 0$$

$\Downarrow$

Poiché $u_{OTT}^* = (2,2,3) \Rightarrow$ $X_1^*(1+4-2-3) = 0$ $\quad$ $X_3^*(7-2-2-3) = 0$

$X_2^*(4-4+2) = 0 \Rightarrow X_2^* = 0$ $\quad$ $X_4^*(1-2-2+3) = 0$

$$2(-2X_1^* + 2X_2^* + X_3^* + X_4^* - 2) = 0$$
$$2(X_1^* + X_3^* + X_4^* - 3) = 0 \Rightarrow 2(-2X_1^* + X_3^* + X_4^* - 2) = 0$$
$$3(X_1^* - X_2^* + X_3^* - X_4^* - 1) = 0 \qquad 2(X_1^* + X_3^* + X_4^* - 3) = 0$$
$$3(X_1^* + X_3^* - X_4^* - 1) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$-2X_1^* + X_3^* + X_4^* - 2 = 0$$
$$X_1^* + X_3^* + X_4^* - 3 = 0$$
$$X_1^* + X_3^* - X_4^* - 1 = 0$$

Quindi:

$$X_1^* + X_3^* = 1 + X_4^* \quad e$$
$$1 + X_4^* + X_4^* - 3 = 0 \Rightarrow 2X_4^* = 2$$
$$\Downarrow$$
$$X_4^* = 1$$

Infine:

$$\begin{aligned} -2X_1^* + X_3^* &= 1 \\ X_1^* + X_3^* &= 2 \end{aligned} \Rightarrow X_1^* = 2 - X_3^* \Rightarrow -2 \cdot 2 + 2X_3^* + X_3^* = 1 \Rightarrow X_3^* = 5/3$$

e $X_1^* = 1/3$.

6) Un'officina meccanica costruisce due tipi di biciclette: CITYBIKE che richiede 1 ora di manodopera, e MOUNTAINBIKE che ne richiede 1,5. Sono disponibili 15 operai e ciascuno di loro presta 40 ore di manodopera la settimana. Si costruiscono 300 CITYBIKE o 400 MOUNTAINBIKE alla settimana. Il profitto è 250 mila lire per ogni CITYBIKE e 350 mila lire per ogni MOUNTAINBIKE.

a) Si trovi una formulazione di programmazione lineare che massimizzi il profitto.

b) Risolvere il problema graficamente

c) Esprimere il problema in forma standard

d) Risolvere il problema con il simplesso

e) Scrivere il problema duale

f) Si trovi una soluzione ottima del duale con il metodo degli scarti complementari.

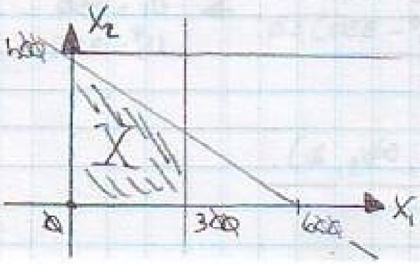
6) a) X_1 = CITYBIKE
X_2 = MOUNTAINBIKE

$$\Rightarrow \left\{ \max z = 250.000\,\ell\, X_1 + 350.000\,\ell\, X_2 : \begin{aligned} & X_1 + 1{,}5X_2 \le 15 \cdot 40 \\ & X_1 \le 300 \\ & X_2 \le 400 \\ & X_1, X_2 \ge 0 \end{aligned} \right\}$$

Più precisamente:

$$\left\{ \max z = 250.000\, X_1 + 350.000\, X_2 : \begin{aligned} & 2X_1 + 3X_2 \le 1200 \\ & X_1 \le 300 \\ & X_2 \le 400 \\ & X_1, X_2 \ge 0 \end{aligned} \right\}$$

b) Graficamente:



④②

c) Forma standard: $\left\{ \min z = -\overset{250}{\cancel{250.000}}\,x_1 - \overset{350}{\cancel{350.000}}\,x_2 : \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1200 \\ x_1 + x_4 = 300 \\ x_2 + x_5 = 400 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \right\}$

d) Simplesso:

$$\begin{array}{cc|cc:ccc} & & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ -z & 0 & -250 & -350 & 0 & 0 & 0 \\ \hline x_3 & 1200 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ x_4 & 300 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_5 & 400 & 0 & \textcircled{1} & \underbrace{0 & 0 & 1}_{I} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cc|ccccc} 140.000 & & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ -z & ✓ & -250 & 0 & 0 & 0 & 350 \\ \hline x_3 & 0 & \textcircled{2} & 0 & 1 & 0 & -3 \\ x_4 & 300 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_2 & 400 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{array}{cc|ccccc} 145.000 & & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ -z & ✓ & 0 & 50/3 & 350/3 & 75/3 & 0 \\ \hline x_1 & 300 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ x_5 & 200 & 0 & 2/3 & -1/3 & 2/3 & 1 \\ x_2 & 200 & 0 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & 0 \end{array} \Leftarrow \begin{array}{cc|ccccc} 140.000 & & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ -z & ✓ & 0 & 0 & 125 & 0 & -25 \\ \hline x_1 & 0 & 1 & 0 & 1/2 & 0 & -3/2 \\ x_4 & 300 & 0 & 0 & -1/2 & 1 & \textcircled{3/2} \\ x_2 & 400 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

└▶ TABLEAU OTTIMO.

e) Problema duale:

$\left\{ \min w = 1200u_1 + 300u_2 + 400u_3 : \begin{array}{l} 2u_1 + u_2 \geq 250 \\ 3u_1 + u_3 \geq 350 \\ u_1, u_2, u_3 \geq 0 \end{array} \right\}$

f) Scarti complementari:

$$x_1^*(2u_1^* + u_2^* - 250) = 0$$
$$x_2^*(3u_1^* + u_3^* - 350) = 0$$
$$u_1^*(1200 - 2x_1^* - 3x_2^*) = 0$$
$$u_2^*(300 - x_1^*) = 0$$
$$u_3^*(400 - x_2^*) = 0$$
$$\Downarrow$$

$\begin{array}{l} x_1^* = 300 \\ x_2^* = 400 \end{array} \Rightarrow u_1^* = 0$ e $\begin{array}{l} 300(u_2^* - 250) = 0 \\ 400(u_3^* - 350) = 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} u_2^* = 250 \\ u_3^* = 350. \end{array}$

Ma: $x^* = (300, 200) \Rightarrow \begin{array}{l} 2u_1^* + u_2^* - 250 = 0 \\ 3u_1^* + u_3^* - 350 = 0 \\ u_3^* = 0 \end{array} \Rightarrow \underline{u^*(350/3,\ 50/3,\ 0).}$