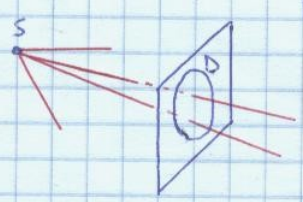


Abbiamo visto che la luce sostanzialmente ha natura ondulatoria. Partiamo ora dall'ipotesi che la luce emessa da una sorgente si propaghi in linea retta all'interno di un mezzo trasparente omogeneo e isotropo. Abbiamo già detto che il termine omogeneo indica la costanza della densità mentre il termine isotropo indica che le proprietà della luce è lo stesso in tutte le direzioni. Per esempio il vetro, l'aria e l'acqua sono mezzi di questo tipo. Il percorso seguito dalla luce viene tracciato attraverso raggi. Si guardi in merito il seguente esempio:

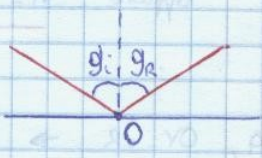


D: diaframma.

Abbiamo visto che la luce emessa da una sorgente può essere monocromatica quando essa ha una ben precisa lunghezza d'onda, oppure può essere policromatica cioè può avere più lunghezze d'onda.

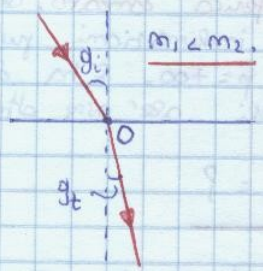
Abbiamo anche parlato della riflessione. In particolare un raggio si può riflettere su una particolare superficie metallica, e indicando con θ_i l'angolo di riflessione si ha:

$\theta_i = \theta_r$



Ma da un raggio incidente nasce sia un raggio riflesso che un raggio trasmesso. Indicando con θ_t l'angolo di trasmissione si ha:

$\frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{n_1}{n_2}$



Questo fenomeno prende il nome di rifrazione e le grandezze n_1 e n_2 sono indici di rifrazione assoluti, rispettivamente del primo e del secondo mezzo. Per definizione:

$n = \frac{c}{v}$ dove c è la velocità della luce nel vuoto, e v è la velocità della luce nel mezzo.

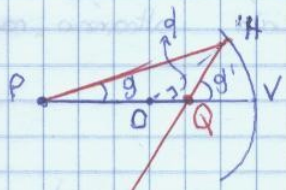
Abbiamo anche detto che per $n_1 > n_2$ esiste un angolo limite θ_L tale che $\theta_t = 90^\circ$. Quindi:

$\sin \theta_L = \frac{n_2}{n_1}$, $\theta_L = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

Abbiamo anche accennato alla legge di Snell. Un fatto importante di questa legge è che se si inverte il verso di propagazione della luce, semplicemente si scambiano tra loro i vari angoli. Questa proprietà è nota come proprietà di reversibilità. Vediamo ora di ricostruire immagini di differenti oggetti. Chiamiamo corpo l'oggetto di cui intendiamo fare l'immagine. Quando i raggi uscenti dal corpo si incontrano in un solo punto dell'immagine siamo in presenza dello **stigmatismo**. In realtà lo stigmatismo è difficile da ottenere. Chiamiamo poi specchi quelle particolari superfici sulle quali avviene soltanto la riflessione. Si chiamano invece **diottri** quelle superfici

86

su cui avviene la trasmissione della luce da un mezzo all'altro. Quando da un unico oggetto possiamo avere più immagini siamo di fronte ad un particolare fenomeno chiamato **anamorfismo**. Consideriamo ora uno specchio concavo e poniamo un oggetto P puntiforme sull'asse dello specchio in questa maniera:

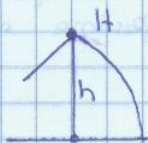


Il raggio incide lo specchio nel punto H. In un nota proprietà dei triangoli abbiamo:

$$g + g' = d \quad \text{e} \quad d + g' = g'$$

$$g + g' = 2d$$

Questa ultima relazione vale sempre. In particolare se l'arco HV viene compreso con il segmento perpendicolare da H all'asse ottico, possiamo scrivere:



ASSE OTTICO

$$h = PV \tan g = PV g \quad \text{oppure} \quad h = QV \tan g' = QV g' \quad \text{oppure} \quad h = OV \tan d = OV d$$

Quindi:

$$PV = p, \quad QV = -q, \quad OV = -R \Rightarrow g = \frac{h}{p}, \quad g' = \frac{h}{-q}, \quad d = \frac{h}{-R}$$

Questa ultima equazione prende il nome di **equazione dello specchio sferico concavo**. Questa equazione vale per tutte le inclinazioni purché piccole. Supponiamo ora che $p = \infty$. Si ha che i raggi incidenti sono paralleli all'asse ottico. Quindi si può scrivere:

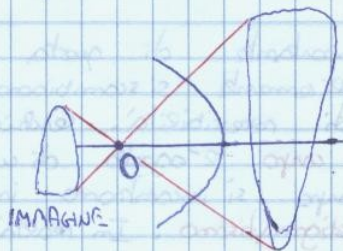
$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{2}{R}$$

$$q = \frac{R}{2} = f$$

Il punto F è a metà strada tra O e V e viene detto **foco**. Per essere più precisi la distanza $f = -FV$ viene detta **distanza focale**. Quindi:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

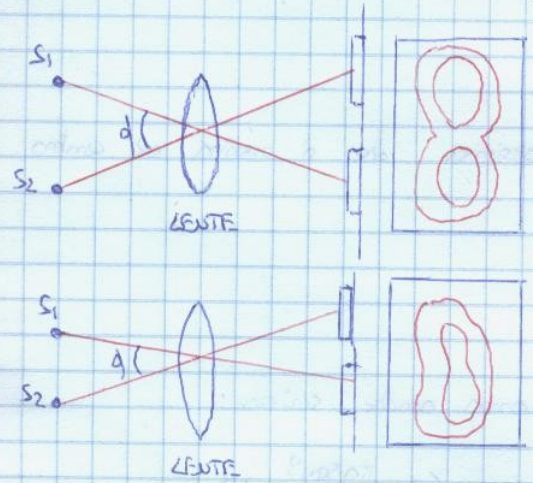
Si ricordi che O è il **centro di curvatura**. Quando P si avvicina ad O, Q si avvicina ad O, e quando P è in O anche Q cade in O. In particolare quando P è in F, l'immagine si forma all'infinito. Si consideri ora la seguente situazione:



Si noti che l'immagine viene capovolta. Si noti anche che l'immagine dell'immagine capovolta è differente rispetto a quella originale. Quindi diciamo **ingrandimento trasversale** il rapporto tra la lunghezza dell'immagine $QQ' (y)$ e la lunghezza del segmento $PP' (x)$:

$$I = \frac{y}{x}$$

Supponiamo ora di avere la seguente situazione:



La figura mostra una lente e due sorgenti S_1 e S_2 incoerenti. Si noti che se $d \gg \theta = 1,22 \lambda / D$ non c'è sovrapposizione tra i due dischetti che rappresentano le immagini di S_1 e S_2 . Al diminuire di d le due figure cominciano a sovrapporsi e ad un certo punto diventa impossibile distinguere.

Quando S_1 e S_2 sono viste dalla lente sotto l'angolo:

$$d_R = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad \text{CRITERIO DI RAYLEIGH}$$

ossia il primo minimo della figura di diffrazione di una sorgente coincide con il centro del massimo dell'altra sorgente. Quindi le due sorgenti sono appena risolte. d_R è l'angolo minimo risolvibile e la sua inversa è:

$$P = \frac{1}{d_R} = \frac{D}{1,22 \lambda}$$

ed è il potere risolutivo della lente. Quindi se:

- $d > d_R \Rightarrow$ lente risolve
- $d = d_R \Rightarrow$ lente appena risolve
- $d < d_R \Rightarrow$ lente non risolve.

Se ora disponiamo di N fenditure rettilinee ciascuna di larghezza a equispaziate di una distanza d realizzeremo un sistema di N sorgenti. Il dispositivo creato viene chiamato **reticolo di diffrazione**. Vediamo l'intensità di ogni singola fenditura:

$$I_1(\theta) = I_0 \left[\frac{\sin \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right]^2$$

dove I_0 è l'intensità per $\theta = 0$. Per la parte θ l'intensità in P è:

$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{\sin \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right]^2 \left[\frac{\sin \frac{N \pi d \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\sin \pi d \sin \theta}{\lambda}} \right]^2$$

(28)

Quindi:

$$E = 2p \sin \frac{\theta}{2}$$

In particolare $E_{\max} = p\lambda$ corrisponde all'ampiezza massima che si osserva al centro dello schermo. Possiamo quindi anche scrivere:

$$E = p(\theta) E_{\max} \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}$$

$p(\theta)$ viene chiamata **funzione di inclinazione**. Quindi possiamo anche scrivere:

$$I(\theta) = I_{\max} p^2(\theta) \left(\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} \right)^2 = I_{\max} p^2(\theta) \left(\frac{\sin \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right)^2$$

L'intensità trasmessa dalla fenditura si annulla nei **minimi di diffrazione**:

$$\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = m\pi, \quad \sin \theta = m \frac{\lambda}{a} \quad \text{con } m = 1, 2, 3, \dots$$

I primi minimi a sinistra e a destra del massimo centrale si hanno per $\sin \theta = \pm \lambda/a$ e la quantità:

$$\Delta(\sin \theta) = \frac{2\lambda}{a}$$

si chiama **larghezza angolare del massimo centrale di diffrazione**. Tra due minimi di intensità esiste un **massimo secondario**:

$$\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = (2m' + 1) \frac{\pi}{2}, \quad \sin \theta = (2m' + 1) \frac{\lambda}{2a} \quad \text{con } m' = 1, 2, 3, \dots$$

L'intensità dei massimi secondari è:

$$\frac{I_{m'}}{I_{\max}} = \frac{1}{[(2m' + 1) \frac{\pi}{2}]^2} \approx \frac{0.6}{(2m' + 1)^2}$$

Quando l'apertura attraverso cui possiamo passare l'onda piana incidente è circolare, la figura di diffrazione consta di un disco luminoso centrale. In particolare si trova che l'angolo θ al cui code il primo minimo di intensità corrisponde al bordo del disco centrale della figura di diffrazione ed è:

$$\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 0.61 \frac{\lambda}{R}$$

In molte applicazioni si ha che $\lambda \ll D$ e quindi:

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 0.61 \frac{\lambda}{R}$$

Abbiamo ora le caratteristiche salienti dell'intensità trasmessa da un reticolo di diffrazione:

1) I massimi principali si hanno lungo le direzioni:

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{d} \quad \text{con } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

2) La distanza angolare tra un massimo principale e un minimo ad esso adiacente è:

$$\Delta(\sin \theta) = \frac{\lambda}{Nd} = \frac{\lambda}{L} \quad L = \text{larghezza del reticolo.}$$

3) La larghezza angolare di un massimo principale è:

$$\Delta \theta_m = 2 \Delta \theta = \frac{2\lambda}{L \cos \theta_m} = \frac{2\lambda}{Nd \cos \theta_m}$$

4) L'intensità della **fascia centrale** ($m=0$) aumenta proporzionalmente a N^2 . L'intensità degli altri massimi è invece ridotta, e quindi:

$$(m \neq 0) \Rightarrow R_m = \frac{I_{\max}(m)}{I_{\max}(m=0)} = \left[\frac{\sin m\pi a/d}{m\pi a/d} \right]^2$$

Chiaramente se la sorgente che illumina il reticolo non emette luce monocromatica e differenti lunghezze d'onda producono massimi principali e angoli diversi. Solo il massimo di ordine zero si forma per $\theta=0$. Questa dipendenza dell'angolo di formazione dei massimi dalla lunghezza d'onda si chiama **dispersione angolare**. Date poi due onde monocromatiche e cui lunghezze d'onda differiscono di $d\lambda$, i due massimi principali dello stesso ordine si formano a due angoli che differiscono di $d\theta$. Si definisce **potere dispersivo** di un reticolo la grandezza:

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{d} \frac{m}{\cos \theta_m}$$

Essa aumenta al diminuire del **passo** del reticolo cioè della distanza tra le fenditure, e cioè aumentando dell'ordine dello spettro. Il potere risolutivo di un reticolo invece si definisce così:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \quad \text{dove } m \text{ è l'ordine del reticolo}$$

Quindi il potere risolutivo risulta essere proporzionale al numero totale di fenditure e aumenta con l'ordine dello spettro, ma non dipende dal passo del reticolo.