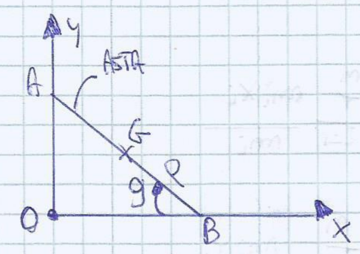
4) Data la seguente situazione:



Calcolare V_A e V_G?

4) Si noti che:

$$\overline{OA} = O-A = l \operatorname{sen}\vartheta \, \vec{U}_y$$

$$\overline{OB} = O-B = l \cos\vartheta \, \vec{U}_x$$

$$OG = \frac{l}{2} \operatorname{sen}\vartheta + \frac{l}{2} \cos\vartheta$$

$$\Downarrow$$

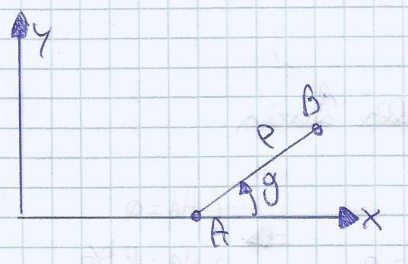
$$V_A = \frac{dOA}{dt} = l \cos\vartheta \, \dot{\vartheta}$$

NB: G = baricentro

$$V_B = \frac{dB}{dt} = -l \operatorname{sen}\vartheta \, \dot{\vartheta}$$

$$V_G = \frac{dG}{dt} = \frac{l}{2} \cos\vartheta \, \dot{\vartheta} + \frac{l}{2} \operatorname{sen}\vartheta \, \dot{\vartheta}$$

5) Data la seguente situazione:



Calcolare V_B = ?

5) Si noti che:

$$OB = (A-O) + (B-A) = x_A \vec{U}_x + l \cos\vartheta \, \vec{U}_x + l \operatorname{sen}\vartheta \, \vec{U}_y$$

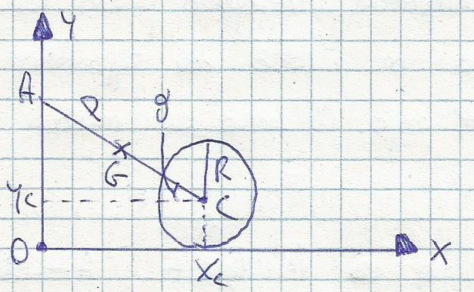
Quindi:

$$OB = (x_A + \ell \cos\vartheta)\vec{U_x} + \ell \,\mathrm{sen}\,\vartheta \,\vec{U_y}$$

$$\Downarrow$$

$$dOB/dt = V_B = (\dot{x}_A - \ell \,\mathrm{sen}\,\vartheta \,\dot\vartheta)\vec{U_x} + \ell \cos\vartheta \,\dot\vartheta \,\vec{U_y}$$

6) Sia data la seguente situazione:



- Calcolare i g.d.l
- $x_c(\vartheta)$
- Descrivere V_c, V_A, V_G.

6) • Dalla classica formula:

$$g.d.l = 6\,gdl - 1 - 2 - 2 = 1$$

(1): Punto A; (2): incast.; (2): punto C

• Scegliere la coordinata libera più semplice:

$$y_c = \ell \,\mathrm{sen}\,\vartheta$$

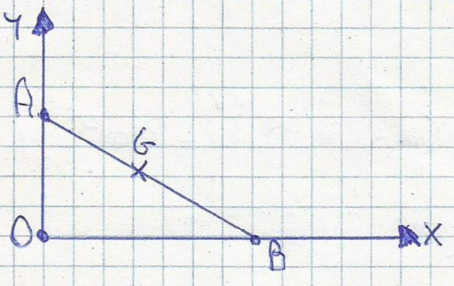
• Si ha:

$$OC = \ell \,\mathrm{sen}\,\vartheta + R \vec{U_y} \Rightarrow V_c = \frac{dO_c}{dt} = \ell \cos\vartheta \,\dot\vartheta$$

$$OA = \ell \cos\vartheta \,\vec{U_y} + R \vec{U_y} \Rightarrow V_{OA} = \frac{dOA}{dt} = \dots$$

$$V_G = \frac{\ell}{2} \dot\vartheta \cos\vartheta \,\vec{U_x} + \frac{\ell}{2} \dot\vartheta \,\mathrm{sen}\,\vartheta \,\vec{U_y}$$

7) Data la seguente situazione, calcolare



Determinare il CIR.

7) Il CIR è il centro di istantanea rotazione. In questo punto $V_{CIR} = 0$. Quindi il CIR è fondamentale ma non è detto che appartenga al corpo. Esso può anche muoversi rispetto al corpo. Ci sono due metodi per trovare il CIR:

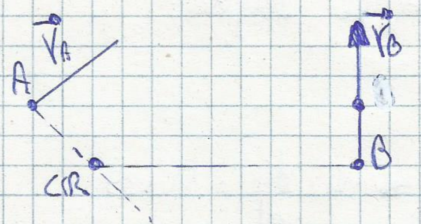
- Metodo analitico, ossia $V_{CIR} = 0 \Rightarrow V_A = \cancel{V_{CIR}}^{\,0} + \omega(A - CIR)$

$$\Downarrow$$

$$V_A = \omega(A - CIR)$$

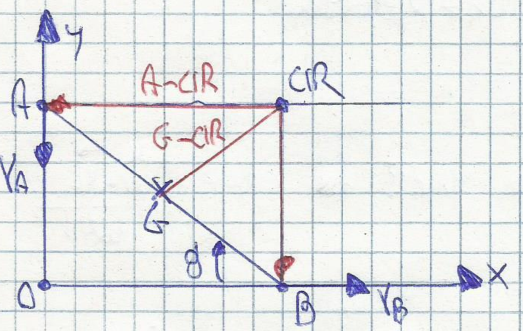
Quindi: $A - CIR = \dfrac{\omega \cdot V_A}{\omega^2}$

- Metodo Geometrico (dal teorema di Chasles):



(Punti Allineati):

Il CIR non esiste quando ho un moto di pura traslazione.



$A - CIR = -\ell \cos\theta$

$G - CIR = -\frac{\ell}{2}\cos\theta \vec{U_x} - \frac{\ell}{2}\,\text{sen}\,\theta \vec{U_y}$

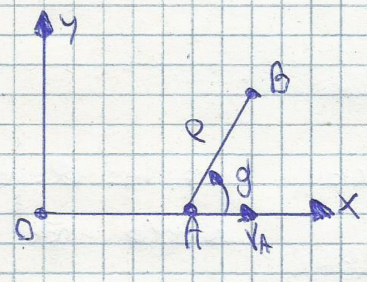
Vettore velocità angolare: $\omega = -\dot{\theta}\vec{U_z} = -\frac{d\theta}{dt}\vec{U_z}$

Quindi:

$$V_A = -\dot{\theta}\vec{U_z} \cdot (-\ell\cos\theta \vec{U_x}) = \ell\cos\theta\,\dot{\theta}\,\vec{U_y}$$

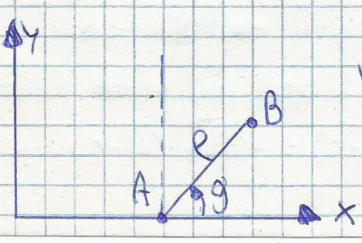
$$V_G = -\dot{\theta}\vec{U_z} \cdot \left(-\frac{\ell}{2}\cos\theta \vec{U_x} - \frac{\ell}{2}\,\text{sen}\,\theta \vec{U_y}\right) = \frac{\ell}{2}\cos\theta\,\dot{\theta}\,\vec{U_y} - \frac{\ell}{2}\,\text{sen}\,\theta\,\dot{\theta}\,\vec{U_x}$$

8) Si consideri la seguente situazione:



Calcolare V_B e determinare il CIR.

8)



V_B ? (Corientamento)

$\vec{\omega} = \dot{\theta}\vec{U_z} \Rightarrow \vec{V_B} = \vec{V_A} + \vec{\omega} \cdot (B - A)$

Quindi:

$$\vec{V}_B = \dot{x}_A \vec{U}_x + \dot{\vartheta}\vec{U}_z \wedge (\rho\cos\vartheta\, \vec{U}_x + \rho \sin\vartheta\, \vec{U}_y) =$$
$$= (\dot{x}_A - \rho\dot{\vartheta} \sin\vartheta)\vec{U}_x + \rho\dot{\vartheta}\cos\vartheta\, \vec{U}_y$$

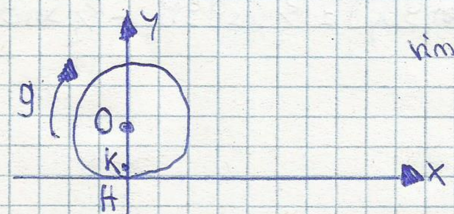
Calcoliamo il CIR:

$x_{CIR} = x_A$ ma y_{CIR}? $\Rightarrow$ $CIR - A = \dfrac{\vec{\omega} \wedge \vec{V}_A}{\omega^2}$

Quindi:

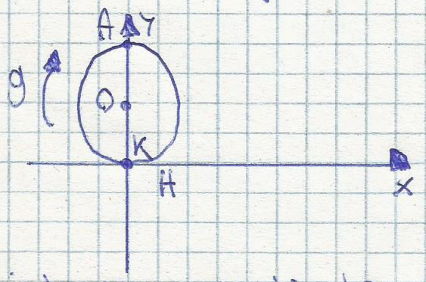
$$CIR - A = \frac{\dot{\vartheta} \vec{U}_z \wedge \dot{x}_A \vec{U}_x}{\dot{\vartheta}^2} = \frac{\dot{x}_A}{\dot{\vartheta}}\vec{U}_y \Rightarrow y_{CIR} = \frac{\dot{x}_A}{\dot{\vartheta}}\vec{U}_y$$

9) Si consideri la seguente situazione:



vincolo di puro rotolamento. Calcolare V_O e V_A?

9) Per il vincolo di puro rotolamento si scrive:



$V_H = V_K = 0$ dove V_H = vel. pavimento

$x_O = R\vartheta + C_1$ → toglie 1 gdl

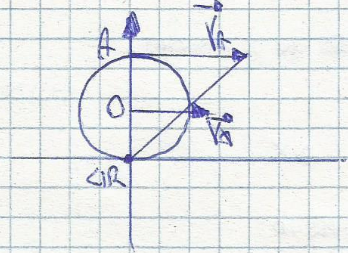
C_1 cost. arbitraria

$y_O = R$ → toglie 1 gdl

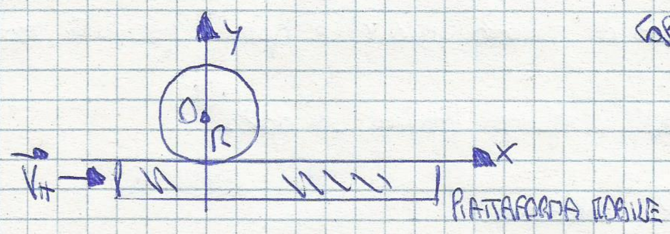
Quindi il vincolo di rotolamento ha 2 gradi di vincolo. Quindi:

$3-2 = 1$ gdl $\Rightarrow \vec{V}_O = \vec{V}_K + \vec{\omega} \wedge (O-K) = -\dot{\vartheta} \vec{U}_z \wedge (O-K) = -\dot{\vartheta} \vec{U}_z \wedge R\vec{U}_y =$
$= R\dot{\vartheta} \vec{U}_x$

Inoltre: $\vec{V}_A = 2R\dot{\vartheta}\vec{U}_x$



10) Data la seguente situazione:



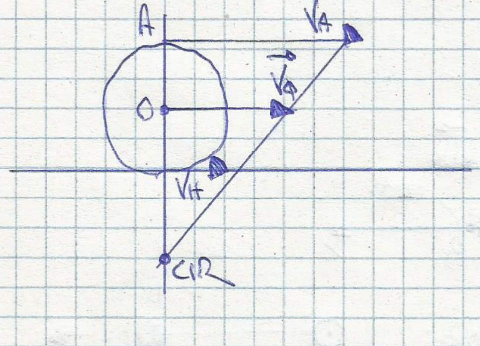
Calcolare V_O, V_A e CIR.

1a) Calcoliamo V_O:

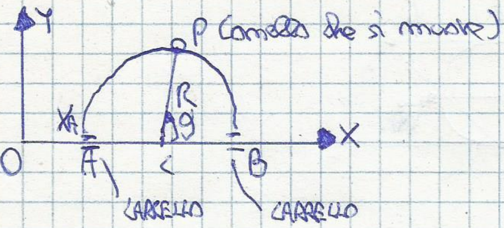
$$V_H \neq \phi = V_K \Rightarrow V_O = V_K + \omega(O-K) = -\dot{\vartheta}\vec{U}_z + R\vec{U}_y = (\dot{x}_H + R\dot{\vartheta})\vec{U}_x$$

$$V_A = 2R\dot{\vartheta}\vec{U}_x + \dot{x}_H\vec{U}_x$$

Graficamente si ha:



11) Data la seguente situazione calcolare V_P:



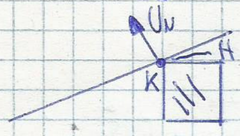
GUIDA CIRCOLARE.

11) Per prima cosa, una breve nota sui vincoli:

 = carrello da 1 grado di vincolo (g.d.v) e quindi permette 2gdl

 = Cerniera ha 2 g.d.V e quindi fornisce un gdl.

La cerniera permette soltanto la rotazione.

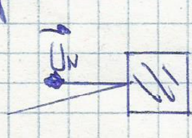


K = punto di appoggio (appoggiante)

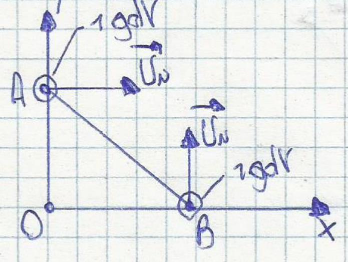
H = punto appoggiato

Quest'ultimo è un vincolo di appoggio. Si ha K = H e quindi: $V_K \vec{U}_N = V_H \vec{U}_N$

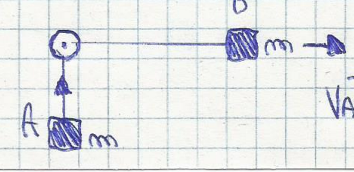
Si potrebbe anche avere una condizione di questo tipo:



Per esempio:



Infine per un filo inestensibile:



$V_A \vec{U}_T = V_B \vec{U}_T \Rightarrow |V_A| = |V_B|$

Per l'esercizio si ha:

$$V_A = \dot{x}_A \vec{U_x}$$

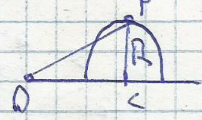
Per la guida circolare si ha:

$$3gdl - 2gdV = 1gdl$$

Per l'anello:

$2gdl - 1gdV = 1gdl$ Quindi: $1gdl + 1gdl = 2gdl$ del sistema.

Si noti che:

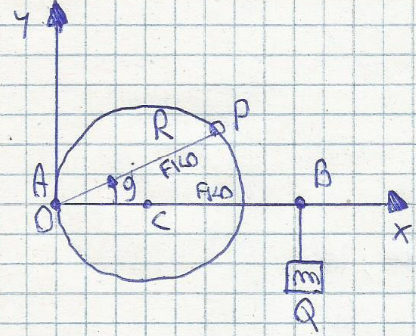


$$P-O = P-C + C-O = R\cos\vartheta \vec{U_x} + R\operatorname{sen}\vartheta \vec{U_y} + (x_A + R)\vec{U_x}$$

Quindi:

$$P-O = (x_A + R + R\cos\vartheta)\vec{U_x} + R\operatorname{sen}\vartheta \vec{U_y} \Rightarrow \frac{dOP}{dt} = (\dot{x}_A - R\operatorname{sen}\vartheta)\vec{U_x} + R\cos\vartheta \vec{U_y}$$

12) Si consideri la seguente situazione:



GUIDA CIRCOLARE FISSA

Calcolare V_P, V_Q

12) Calcoliamoci i gradi di libertà:

- P: $2gdl - 1gdV = 1gdl$
- m: $2gdl - 2gdV = 0gdl$

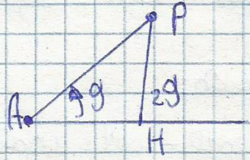
$\Rightarrow$ gdl dell'intero sistema: $1gdl$.

Siccome:

$$P-A = AH + PH = x_H \vec{U}_x + R\cos 2\vartheta \vec{U}_x + R \operatorname{sen} 2\vartheta \vec{U}_y =$$
$$= (R + 2R\cos^2\vartheta)\vec{U}_x + (2R\cos\vartheta \operatorname{sen}\vartheta)\vec{U}_y$$

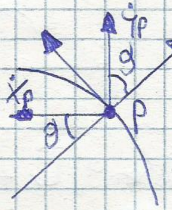
Si ricordi che:

$$2R\cos^2\vartheta = (R + R\cos^2\vartheta)$$



Quindi:

$$V_P = -2R\dot{\vartheta}\operatorname{sen}2\vartheta\vec{U}_x + 2R\dot{\vartheta}\cos 2\vartheta \vec{U}_y = -4R\dot{\vartheta}\operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta\vec{U}_x + 2R\dot{\vartheta}(\cos^2\vartheta - \operatorname{sen}^2\vartheta)\vec{U}_y$$

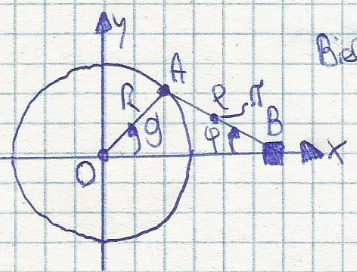


$$V_P = \dot{x}_P\cos\vartheta + \dot{y}_P\operatorname{sen}\vartheta = -2R\dot{\vartheta}\operatorname{sen}2\vartheta - 2R\dot{\vartheta}\cos 2\vartheta\operatorname{sen}\vartheta$$

$$\Downarrow$$

$$V_P = (-2R\dot{\vartheta}\operatorname{sen}\vartheta)\vec{U}_T \qquad (V_P = V_Q).$$
$$V_Q = (-2R\dot{\vartheta}\operatorname{sen}\vartheta)\vec{U}_y$$

13) Si consideri la seguente situazione:



Biella - manovella

Calcolare V_B, ω_A, V_π.

13) Calcoliamoci i gdl del sistema:

$$6gdl - 2gdV_{(A)} - 1gdV_{(B)} - 2gdV_{(C)} = 1gdl.$$

A = cerniera in O
B = carrello
C = cerniera in A.

Si noti che:

$$R\,\mathrm{Sen}\,\vartheta = \mathrm{Sen}\,\varphi \cdot \rho \Rightarrow \mathrm{Sen}\,\vartheta = \rho/R\ \mathrm{Sen}\,\varphi$$

Calcoliamoci x_B:

$$x_B = \left(R\cos\vartheta + \rho\cos\varphi\right)\vec{U}_x$$

Portiamoci a calcolare tutto su ϑ:

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \frac{R^2}{\rho^2}\mathrm{Sen}^2\vartheta}$$

• NB: $\mathrm{Sen}^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$

$$\Downarrow$$

$$\cos^2\varphi = 1 - \mathrm{Sen}^2\varphi$$

Quindi:

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \mathrm{Sen}^2\varphi}$$

Quindi:

$$x_B = \left(R\cos\vartheta + \rho\sqrt{1 - \frac{R^2}{\rho^2}\mathrm{Sen}^2\vartheta}\right)\vec{U}_x$$

Deriviamo x_B per calcolare la velocità:

$$\dot{x}_B = V_B = -R\,\mathrm{Sen}\,\vartheta\,\dot{\vartheta} - \rho\frac{R^2\dot{\vartheta}\,\mathrm{Sen}\,\vartheta}{\rho\sqrt{1 - \frac{R^2}{\rho^2}\mathrm{Sen}^2\vartheta}}$$

Calcoliamoci ω_A:

$$\omega_A = -\dot{\varphi}\vec{U}_z \quad \text{con} \quad \varphi = \mathrm{ArcSen}\left(\frac{R}{\rho}\mathrm{Sen}\,\vartheta\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\omega_A = -\frac{R\dot{\vartheta}\cos\vartheta}{\rho\sqrt{1 - \frac{R^2}{\rho^2}\mathrm{Sen}^2\vartheta}}\vec{U}_z$$

Calcoliamoci V_M:

$$V_M = \frac{dOM}{dt} \quad \text{con} \quad OM = \left(R\cos\vartheta + \frac{\rho}{2}\cos\varphi\right)\vec{U}_x + \frac{\rho}{2}\mathrm{Sen}\,\varphi\,\vec{U}_y$$

$$\Downarrow$$

$$V_M = \left(-R\dot{\vartheta}\,\mathrm{Sen}\,\vartheta - \frac{\rho}{2}\dot{\varphi}\,\mathrm{Sen}\,\varphi\right)\vec{U}_x + \frac{R}{2}\dot{\vartheta}\cos\vartheta\,\vec{U}_y$$