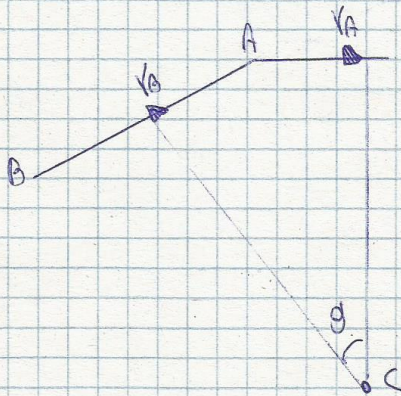


2) Si ricavi da:

$$\omega = \dot{\theta} \vec{U}_z \Rightarrow V_A = \omega (A-H)$$

$$-\frac{R\dot{\theta}}{\sin^2\theta} \vec{U}_x = \dot{\theta} \vec{U}_z R \vec{U}_y \Rightarrow \omega = \frac{\dot{\theta}}{\sin^2\theta}$$

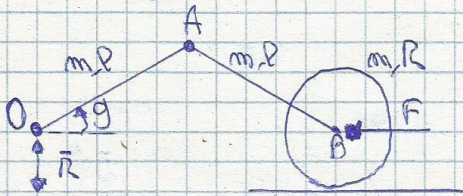
3) Grazie al teorema di Chasles si ha:



$$\begin{cases} x_c = R\dot{\theta}\sin\theta \\ y_c = -R\dot{\theta}\cos\theta \end{cases}$$

Impatti:

4a) Si consideri la seguente situazione:



Il disco ruota senza slittare

1) Esprimere la velocità del disco in funzione di θ e $\dot{\theta}$

2) Scrivere l'energia cinetica T del sistema e la potenza delle forze applicate

3) Assumendo $\theta(t) = \omega_0 t$ con $\omega_0 = \text{cost}$, determinare $F = F(t)$

4a) Si noti che:

$$\dot{x}_B = 2R\dot{\theta}\cos\theta \Rightarrow V_B = \dot{x}_B = -2R\sin\theta\dot{\theta}\vec{U}_x$$

Qui si può usare anche la formula fondamentale dell'energia cinetica:

(99)

$$V_B = \omega(B-C) \quad \text{car} \quad \omega = g\vec{U}_z \quad \text{et} \quad B-C = R\vec{U}_y$$

Donc:

$$V_B = \omega(B-C) = \dot{\varphi}\vec{U}_z \cdot R\vec{U}_y = -R\dot{\varphi}\vec{U}_x$$

$$\dot{\varphi} = \frac{2R}{R} \sin\theta \dot{\theta}$$

2) Si scrive:

$$T_{\text{TOT}} = T_{AB} + T_{OA} + T_{\text{Disco}}$$

donc:

$$T_{OA} = \frac{1}{2}mV_G^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}mR^2\right)\dot{\theta}^2$$

$$T_{AB} = \frac{1}{2}mV_G^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}mR^2\right)\dot{\theta}^2$$

$$T_{\text{Disco}} = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}mR^2\right)\dot{\varphi}^2$$

$$T_{\text{TOT}} = \frac{1}{2}mV_G^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}mR^2\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mV_G^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}mR^2\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}mR^2\right)\dot{\varphi}^2 = \dots$$

L'impulsi:

$$\begin{aligned} \Pi &= -mg(e_z \cos\theta \dot{\theta}) - mg(e_z \cos\theta \dot{\theta}) + 2FR \sin\theta \dot{\theta} \\ &= -mgR \cos\theta \dot{\theta} + 2FR \sin\theta \dot{\theta} \end{aligned}$$

3) Si ha:

$$\theta(t) = \omega t \quad \text{et} \quad \dot{\theta} = \omega \Rightarrow T = \frac{5}{12}mR^2\omega^2 + \frac{1}{8}m\omega^2R^2(\cos^2\theta + 3\sin^2\theta)$$

Donc:

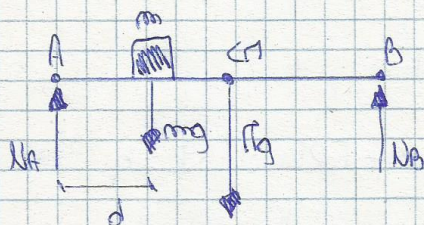
$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \Pi \Rightarrow 8mR^2\omega^3 \sin\theta \cos\theta = -mgR \cos\theta \omega + 2FR \sin\theta \omega \\ \Rightarrow F &= 4mR\omega^2 \cos(\omega t) + \frac{1}{2}mg \sin(\omega t). \end{aligned}$$

41) Sia dato il seguente sistema:



Calcolare le reazioni vincolari dei due supporti.

Si ha:



$$\begin{cases} N_A + N_B - P - mg = 0 \\ N_B l - P \frac{l}{2} - mg(l-d) = 0 \end{cases} \quad (\text{prob A})$$

Quindi:

$$N_A + N_B = g(m + P)$$

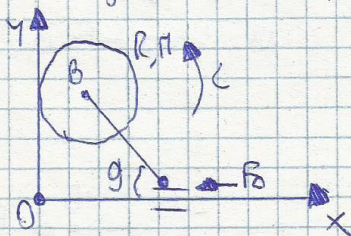
$$N_B l = P \frac{l}{2} + mg(l-d) = g(P \frac{l}{2} + m(l-d))$$

$$N_B = \frac{g(P \frac{l}{2} + m(l-d))}{l}$$

Però:

$$N_A = g(m + P) - \frac{g(P \frac{l}{2} + m(l-d))}{l}$$

42) Sia dato il seguente sistema:



Calcolare F_0 affinché $\alpha = \frac{\pi}{3}$

Calcolare inoltre N_A in tale condizione di equilibrio.

(194)

42) Si ha:

$$\delta L = -Rg \vec{U}_y \delta B - mg \vec{U}_y \delta C - F_0 \vec{U}_x \delta A$$

con:

C = orizzonto dell'asta

$$B = R \sin \theta \vec{U}_y$$

$$C = R_2 \sin \theta \vec{U}_y$$

$$A = R \cos \theta \vec{U}_x$$

$$\Rightarrow \delta L = (-Rg \sin \theta - mg R_2 \sin \theta + F_0 R \cos \theta) \delta \theta$$

Deriviamo ciò che è dentro le parentesi:

$$\delta L = (-Rg \sin \theta - \frac{1}{2} mg R \cos \theta + F_0 R \sin \theta) \delta \theta = 0$$

Quindi:

$$F_0 = Rg \cos \theta + mg R_2 \cos \theta / R \sin \theta = \frac{g \cos \theta (R + m R_2)}{R \sin \theta}$$

Sostituendo $\theta = \frac{\pi}{3}$ si ottiene:

$$F_0 / \frac{\pi}{3} = \frac{g \cos \frac{\pi}{3} (R + \frac{1}{2} m)}{\sin \frac{\pi}{3}}$$

Per R calcolo della reazione vincolare:

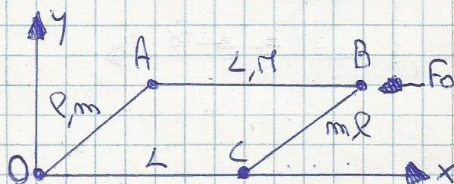
$$\Pi_{AB} = -\frac{1}{2} mg R \cos \frac{\pi}{3} + N R \cos \frac{\pi}{3} - F_0 R \sin \frac{\pi}{3} = 0$$



$$N = \frac{1}{2} mg + F_0 R \left(\frac{\pi}{3} \right) = (R + m)g$$

43) Sia dato il seguente sistema:

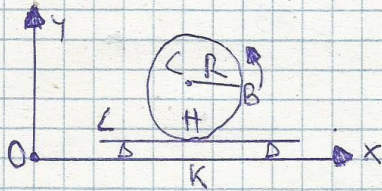
Calcolare cond. eq. del sistema.



103

ANNOTAZIONI:

Caso di rotolamento disco:



Se c'è solo rotolamento e non slisciamento si ha:

$$V_H = V_C$$

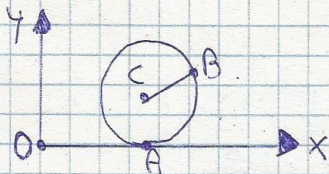
Inoltre:

$$\dot{\theta} \vec{U}_z = \vec{\omega} \quad e \quad \vec{V}_C = \vec{V}_H + \vec{\omega}(\vec{C} - \vec{H}) = \dot{\theta} \vec{U}_x + R \dot{\theta} \vec{U}_y$$

Senza piattaforma si avrebbe:

Trascinamento
piattaforma

rotolamento disco.



$$\dot{x}_A = \dot{y}_A = 0$$

$$\vec{V}_C = \vec{V}_A + \vec{\omega}(\vec{C} - \vec{A}) = \dot{\theta} \vec{U}_z + R \dot{\theta} \vec{U}_y = -R \dot{\theta} \vec{U}_x$$

Valiamo il caso della carrucola fissa:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega}(\vec{B} - \vec{A}) = -2R \dot{\theta} \vec{U}_x$$

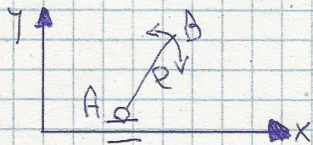


$$x_0(t) = 0, \quad y_0(t) = 0 \quad \forall t$$

$$\begin{cases} x_P = l \cos \theta \\ y_P = l \sin \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_P = -l \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y}_P = l \dot{\theta} \cos \theta \end{cases}$$

$$e \quad \theta = \arccos \frac{x_P}{l}$$

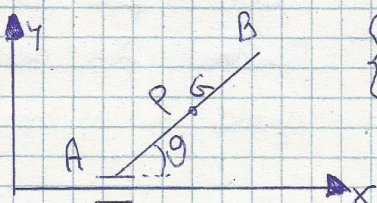
Nel caso del carrello:



$$\begin{cases} x_B = x_A + l \cos \theta \\ y_B = y_A + l \sin \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_B = \dot{x}_A - l \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y}_B = l \dot{\theta} \cos \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{y}_B = l \dot{\theta} \cos \theta \\ \dot{x}_B = \dot{x}_A \end{cases}$$

Nel caso del pallino:

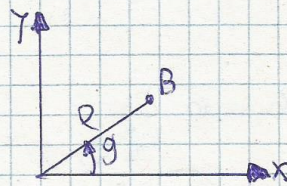


$$\begin{cases} x_B = x_A + r \cos \theta \\ y_B = y_A + r \sin \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{y}_B = 0 \\ \dot{x}_B = \dot{x}_A \end{cases}$$

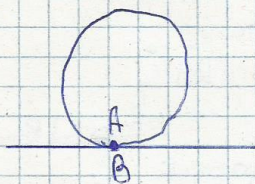
$$\dot{x}_A = \dot{x}_B = \dot{x}_G$$

Nel caso dell'incastro:

$$\begin{cases} x_B = R \cos \theta \\ y_B = R \sin \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_B = -\dot{\theta} R \sin \theta \\ \dot{y}_B = \dot{\theta} R \cos \theta \end{cases}$$



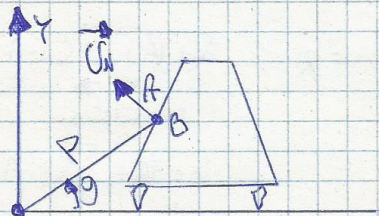
Vediamo ora il contatto con slittamento:



Il contatto non è mantenuto se:

$$V_A \vec{U} = V_B \vec{U}$$

Per esempio:

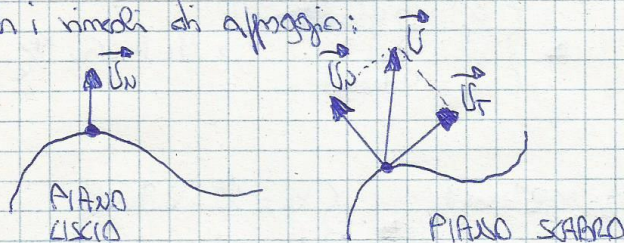


$$x_A = R \cos \theta$$

$$\dot{x}_A = -\dot{\theta} R \sin \theta$$

$$\dot{x}_B = -\dot{\theta} R \sin \theta$$

Per i vincoli di appoggio:



$$\frac{|\vec{U}_T|}{|\vec{U}|} \leq \mu$$

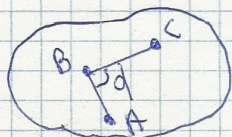
La prima equazione cardinale della statica afferma che:

$$\vec{R}^{(a)} + \vec{R}^{(r)} = \vec{0}$$

dove: $\vec{R}^{(a)}$ = Risultante forze attive

$\vec{R}^{(r)}$ = Risultante forze reattive.

Vediamo la dimostrazione del **vincolo di rigidità** di un corpo rigido:



Per tre punti non allineati in un corpo rigido, l'angolo compreso tra di loro rimane costante.

Assioma scrivere:

$$CA^2 = BC^2 + AB^2 - 2BCBA \cos g \Rightarrow \text{Abbiamo spuntato le parentesi di commut.}$$

Quindi:

$$\frac{d}{dt} CA^2 = \frac{d}{dt} BC^2 + \frac{d}{dt} AB^2 - \frac{d}{dt} (2BCBA \cos g)$$

$$\downarrow$$

$$-2ABBC \frac{d}{dt} \cos g = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \cos g = 0 \Rightarrow -\sin g \frac{d}{dt} g = 0$$

$$\downarrow$$

$$\frac{d}{dt} g = 0$$

Sempre, secondo le rimarche di rigidità si ha che:

$$\underline{V_A \vec{U} = V_B \vec{U}}$$

