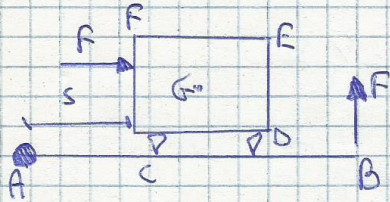


14) Si consideri il seguente sistema:



Sia AB un'asta lunga l e massa m e ci sia una lamina quadrata di massa m appoggiata senza attrito sull'asta ad una distanza s dalla cerniera A. Se punto B agisce una forza F .

Determinare:

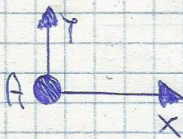
asta orizzontale

- 1) il valore di F necessario a mantenere in equilibrio il sistema con
- 2) le reazioni vincolari in A con questa configurazione.

14) 1) Per prima cosa, applicando una forza F nel punto B si ha una torsione attorno al punto A:

$$\Gamma^A = F \cdot l - mg \frac{l}{2} - mg(s + \frac{l}{2}) = 0 \Rightarrow F = mg \frac{l + 2s + l}{2l}$$

2) Nel punto A (cerniera) si ha:



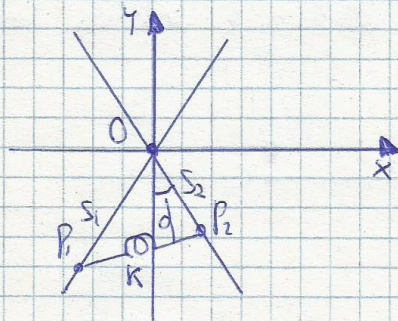
$$R_x = 0$$

$$R_y = F - 2mg + R_A$$

15) In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy . Si considerino due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m vincolati a scorrere su due guide rettilinee di eq: $x = \pm y \tan \alpha$ con $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. I due punti sono collegati ad una molla con $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla.

Usando come lagrangiana le ascisse s_1 e s_2 di P_1 e P_2 :

- 1) Trovare le coordinate dell'unica configurazione di eq. del sistema e mostrare che questa è stabile.
- 2) Calcolare le frequenze proprie ed i modi normali delle piccole oscillazioni attorno a questa configurazione.



- 15) 1) Trovando una configurazione di equilibrio si ha quindi:

$$E_p(s_1, s_2) = -mg \cos d (s_1 + s_2) + \frac{k}{2} (s_1^2 + s_2^2 - 2s_1 s_2 \cos 2d)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial s_1} = \frac{\partial E_p}{\partial s_2} = 0$$

Quindi:

$$\frac{\partial E_p}{\partial s_1} = -mg \cos d + k(s_1 - s_2 \cos 2d)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial s_2} = -mg \cos d + k(s_2 - s_1 \cos 2d)$$

$$\Downarrow$$

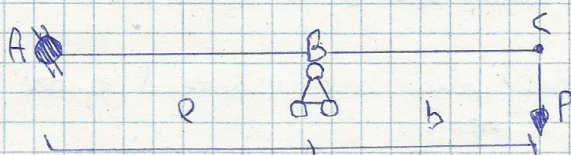
$$s_1 = s_2 = \frac{mg \cos d}{k(1 - \cos 2d)}$$

- 2) Le frequenze proprie sono:

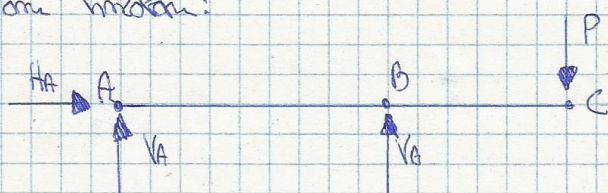
$$\omega_1 = \sqrt{\lambda_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{\lambda_2} \Rightarrow \dots$$

22

16) Calcolare le reazioni vincolari della seguente struttura:



17) Un'asta di ghisa su un piano possiede 3 g.d.l. La semina ha 2 g.d.l. e il carrello 1 g.d.l. quindi la struttura è ipostatica. Verificare le reazioni vincolari:



$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M_0 &= 0\end{aligned}$$



A: 3 g.d.l. della struttura.

$$\begin{aligned}\sum F_H &= 0 \\ \sum F_V &= 0 \\ \sum M_A &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{cases} H_A = 0 \\ V_A + V_B - P = 0 \\ V_B e + P(e+b) = 0 \end{cases}$$

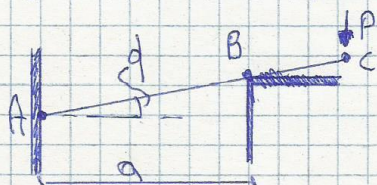
Quindi:

$$H_A = 0$$

$$V_A = P - V_B = P - P\left(1 + \frac{b}{e}\right) = P \frac{b}{e}$$

$$V_B = P\left(1 + \frac{b}{e}\right)$$

17) Calcolare le reazioni vincolari della seguente struttura:



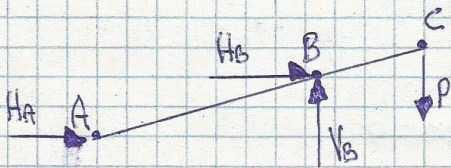
e = lunghezza asta

17) Nel punto A l'asta è appoggiata mentre nel punto B è incernierata.

Quindi:

$$\text{gde sistema} = 2 \text{ gdl vincenti} + 1 \text{ gdl A} = 3 \text{ gdl} \Rightarrow 3 \text{ gdl} - 3 \text{ gdl} = 0 \text{ gdl}$$

La struttura è quindi isostatica. Calcoliamo le reazioni vincolari:



$$\sum F_H = 0$$

$$\sum F_V = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$B = \text{pin}$$

Quindi:

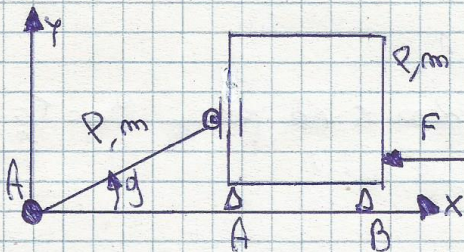
$$\begin{cases} H_A = -H_B \\ V_B - P = 0 \\ H_A \cdot a \tan \alpha - P(R \cos \alpha - a) = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} H_A = \frac{P(R \cos \alpha - a)}{a \tan \alpha} \\ H_B = -\frac{P(R \cos \alpha - a)}{a \tan \alpha} \end{cases}$$

$$V_B = P$$

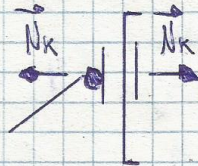
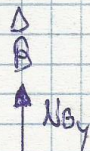
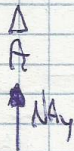
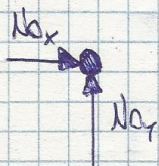
18) Si consideri la seguente struttura quadrata:



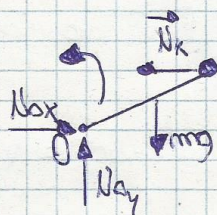
1) Trovare F tale per cui comp. eq: $\theta = \pi/6$

2) Reazioni vincolari?

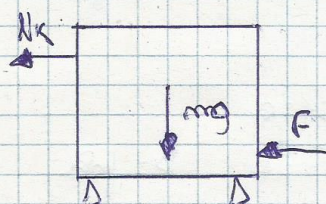
13) Reazioni vincolari:



Scriviamo le equazioni cardinali:



$$\begin{cases} N_{Ox} - N_A = 0 \\ N_{Oy} - mg = 0 \\ -mg \frac{l}{2} \cos \theta + N_A l \sin \theta = 0 \end{cases}$$



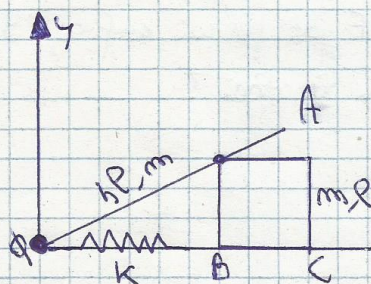
$$\begin{cases} N_K - F = 0 \\ N_A + N_B - mg = 0 \\ -N_K l \sin \theta - mg \frac{l}{2} + N_B l = 0 \end{cases}$$

Quindi:

$$-mg \frac{l}{2} + N_K \frac{l}{2} \Rightarrow N_K = mg \sqrt{3}$$

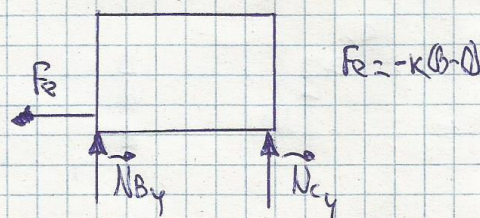
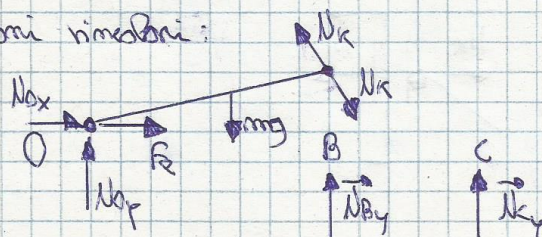
$$F = N_K = mg \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{aligned} N_{Ox} &= \frac{mg}{2} \sqrt{3}, & N_A &= mg \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ N_{Oy} &= mg, & N_B &= mg \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned}$$

9) Data la seguente lamina:



- 1) Calcolare k tale per cui $\theta = \pi/6$
- 2) $N_B, N_C, N_K = ?$

10) Partiamo rimbalzi:

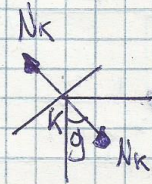


$$F_0 = -k(B-O)$$

NB: $g =$ zanchinga libera.

Analizziamo il momento in O:

$$O \uparrow -mg \left(\frac{h\sqrt{2}}{2} \right) \cos \theta + N_k \frac{h}{2} \sin \theta = 0$$



$$\bullet -k(b-0) + N_k \sin \theta = 0$$

Calcoliamo il modulo di B-O:

NB: B e C sono appoggi.

$$|B-O| = \frac{p}{\sqrt{2}g}$$

Quindi:

$$\frac{3}{h} mg - \sqrt{2} k l = 0 \Rightarrow k = \frac{mg}{h\sqrt{2}}$$

A questo punto si scrivono le eq. fondamentali della statica.

$$O \rightarrow N_x = 0$$

$$O \uparrow N_y + N_k \cos \theta - mg = 0 \Rightarrow N_y = \frac{mg}{h}$$

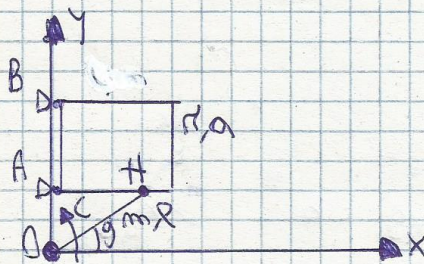
Scriviamo ora le eq. della prima direzione verticale:

$$N_B + N_C - N_k \cos \theta - mg = 0 \Rightarrow N_B + N_C = \frac{7}{h} mg$$

Scriviamo il momento tot in B:

$$B \uparrow -mg \frac{p}{2} + N_C l - N_k \sin \theta l = 0 \Rightarrow \begin{cases} N_C = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{h} \right) mg \\ N_B = \left(\frac{5}{h} - \frac{3}{h} \right) mg \end{cases}$$

2a) Si consideri la seguente prima:

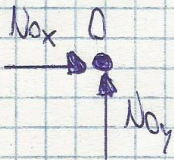


1) Risolvere coppia C con $\theta_{eq} = \pi/6$

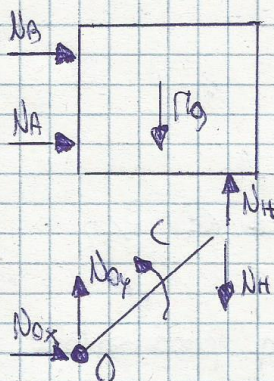
2) N_A, N_B, N_C

NB: A, B sono connesse

2b) Scomponiamo:

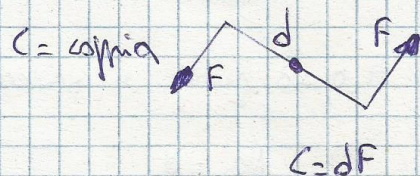


NB: H è un punto di appoggio.



equazioni:

$$0) \quad C - mg \frac{r}{2} \cos \theta - N_H r \cos \theta = 0$$



Quindi: $C = \frac{\sqrt{3}}{2} N_H r + \frac{\sqrt{3}}{2} mgr$

manca l'incognita N_H .

$N_H = Mg \Rightarrow$ quindi: $C = \frac{\sqrt{3}}{2} g r (M + m)$

Ragionando sull'asta:

$$N_{Ax} = 0$$

$$N_{Ay} - mg - N_H = 0 \Rightarrow N_{Ay} = g(m + M)$$

Inoltre:

$$N_A + N_B = 0 \Rightarrow \text{Asse } x$$

$$N_H r \cos \theta - N_A a - Mg \frac{r}{2} \Rightarrow \begin{cases} N_B = Mg \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{r}{a} - 1 \right) \\ N_A = -Mg \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{r}{a} - 1 \right) \end{cases}$$