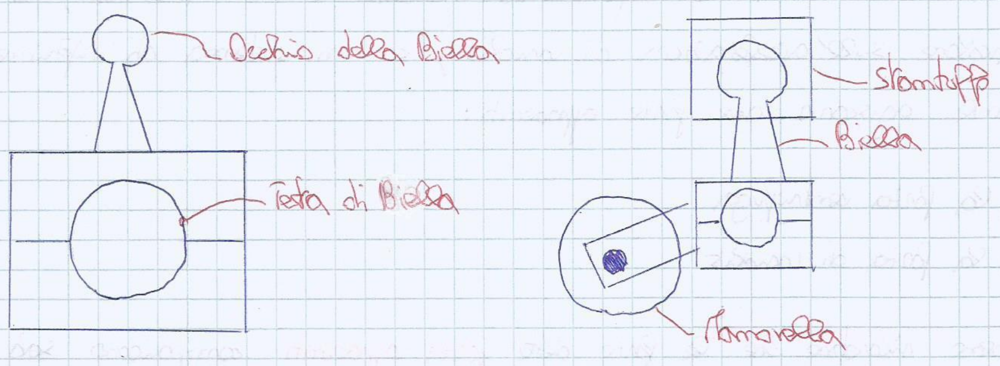
Effettuando uno zoom è possibile dettagliare l'assieme in questo modo:



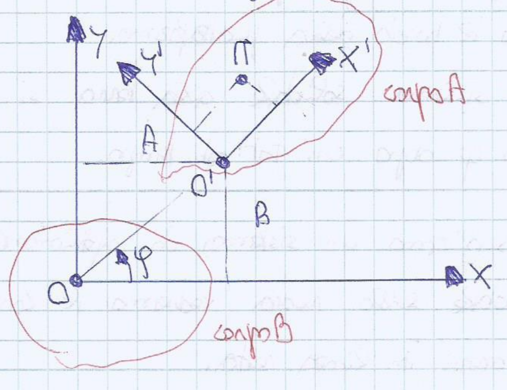
Si definisce alesaggio il diametro interno del cilindro. Per corsa si intende la distanza tra il punto morto superiore (PMS) ed il punto morto inferiore (PMI). Quindi:

$$\text{Corsa } C = PMS - PMI = 2 \cdot R_{manovella}$$

Si definisce cilindrata la seguente grandezza:

$$\text{CILINDRATA} = A_{cilindro} \cdot C = \pi R^2_{cilindro} \cdot C = \pi R_c^2 (PMS - PMI) =$$
$$= \pi R_c^2 \cdot 2 R_{manovella}$$

Consideriamo ora la seguente situazione:



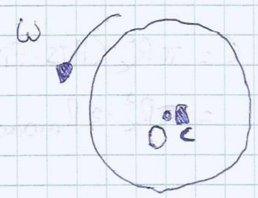
Il corpo B viene detto corpo fisso mentre il corpo A viene detto corpo mobile

In queste situazioni giocano un ruolo fondamentale i moti relativi e le terne mobili.

Tornando ai sistemi di riferimento inerziali e non inerziali, ed in particolare sull'accelerazione di Coriolis, su un sistema di riferimento rotante agiscono due forze apparenti:

1) la forza centrifuga
2) la forza di Coriolis

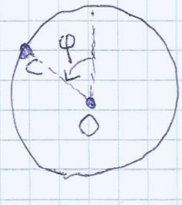
È bene ricordare che le forze dette forze apparenti compaiono solo nei sistemi di riferimento non inerziali e quindi accelerati. Questo avviene per permettere agli osservatori solidali con quel sistema di poter usare i principi della dinamica.
Quindi la forza di Coriolis si ha quando un corpo si sta muovendo all'interno di un sistema di riferimento in moto circolare. Si supponga di avere a disposizione una piattaforma girevole.



ω = velocità di rotazione della piattaforma ed è costante.

Si supponga che, un corpo C, si stia muovendo dal centro verso il bordo della piattaforma.

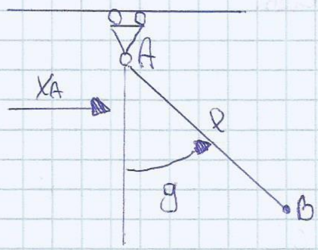
Se osserviamo il fenomeno su un sistema solidale alla terra si vedrà il corpo muoversi formando un angolo φ dopo un tot di tempo.



Se scegliamo un sistema di riferimento fisso solidale sulla ruota vedremo il corpo muoversi in linea retta.

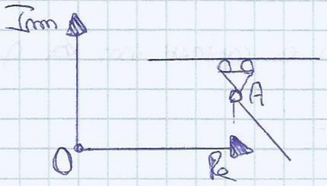
ESERCIZIO 1:

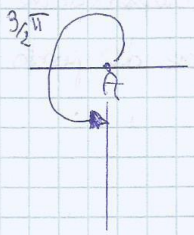
Si consideri la seguente situazione:

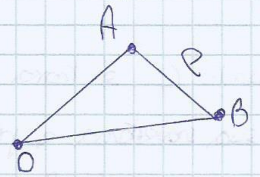


L'asta rigida è vincolata a scorrere lungo una guida orizzontale, con velocità $\dot{x}_A$ ed accelerazione $\ddot{x}_A$.
Si calcolino x_B, $\dot{x}_B$, $\ddot{x}_B$.

* SOLUZIONE 1:







eq di chiusura $\Rightarrow (O-B) = (O-A) + (A-B)$

Quindi:

$$(O-B) = x_A + L e^{i\left(\frac{3}{2}\pi + \vartheta\right)}$$

Deriviamo:

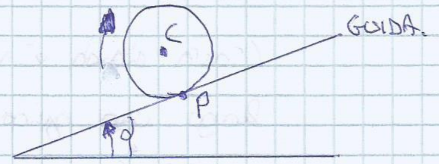
$$v_B = \frac{d(O-B)}{dt} = \dot{x}_A + i\dot{\vartheta} L e^{i\left(\frac{3}{2}\pi + \vartheta\right)}$$

Infine otteniamo l'accelerazione:

$$a_B = \frac{dv_B}{dt} = \ddot{x}_A + i\ddot{\vartheta} L e^{i\left(\frac{3}{2}\pi + \vartheta\right)} - \dot{\vartheta}^2 L e^{i\left(\frac{3}{2}\pi + \vartheta\right)}$$

Esercizio (2):

Si consideri la seguente situazione:



1) Determinare la traiettoria del centro C
2) Individuare il CIR.
3) Calcolare velocità ed accelerazione di C.
4) Calcolare l'accelerazione del punto P del disco a contatto con la guida.

* SOLUZIONE:

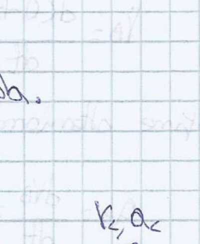
1) Durante la discesa (rotolamento), il punto C si trova sempre ad una distanza R dal piano e quindi la sua traiettoria è parallela al piano
2) Il punto con velocità nulla è il punto di contatto P del disco con il piano obliquo. Pertanto P è il CIR del disco.

3) Per la velocità si scrive:

$$\vec{V}_C = \dot{\varphi} \wedge (C-P) \quad \text{diretta parallela alla guida.}$$

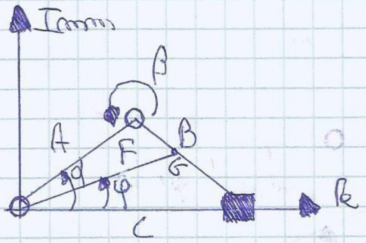
Modulo: $\underline{V_C = \dot{\varphi} R}$ $\qquad a_C = \dfrac{dV_C}{dt} = \ddot{\varphi} R$

4) Si applica il teorema di Rivals:



$$a_P = a_C + \ddot{\varphi} \wedge (P-C) - \dot{\varphi}^2 (P-C)$$

Consideriamo il baricentro del manovellismo ordinario:



L'equazione di chiusura legata al baricentro è la seguente:

$$Ae^{i\alpha} + Be^{i\beta} = Fe^{i\varphi}$$

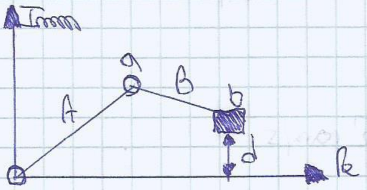
Quindi per quanto riguarda i moti relativi si può scrivere:

$$V_G = V_T + V_R$$

Per il teorema di Rivals si ha:

$$V_G = V_A + \omega_{AB} \wedge (G-A)$$

Analizziamo ora il caso del manovellismo deviato come mostrato di seguito:

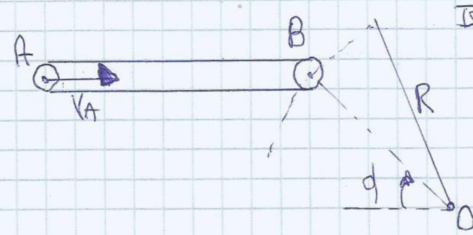


Equazione di chiusura:

$$Ae^{i\alpha} + Be^{i\beta} = Ce^{i\gamma} + de^{i\delta}$$

ESERCIZIO 3:

Si consideri la seguente situazione:



Il punto A dell'asta ha velocità V_A.

$V_A = 300$ mm/s , $R = 300$ mm

$a_A = \phi$

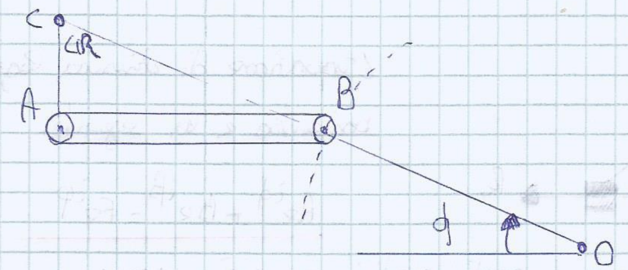
$\varphi = 45°$

- Punto B segue una traiettoria circolare

1) Determinare il CIR dell'asta AB, la sua velocità angolare e V_B.
2) Determinare graficamente l'accelerazione del punto B e calcolare l'accelerazione dell'asta AB.

* SOLUZIONE:

1) Di seguito viene mostrato il CIR:



Per la velocità angolare dell'asta si ha:

$$V_A = \omega \cdot (C-A) \Rightarrow \omega = \frac{V_A}{C-A} = 1\ rad/s$$ • NB: $C-A = A-B$

Per il teorema di Pitagora si ha:

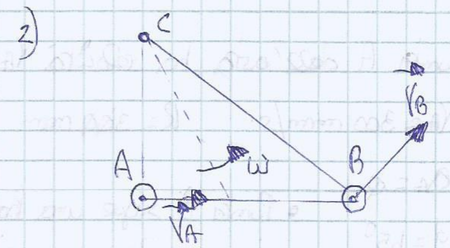
$$C-B = \sqrt{(C-A)^2 + (B-A)^2} = 300\sqrt{2}\ mm$$

La velocità nel punto B vale:

$$V_B = \omega \cdot (C-B) = 1 \cdot 300\sqrt{2}\ mm/s$$

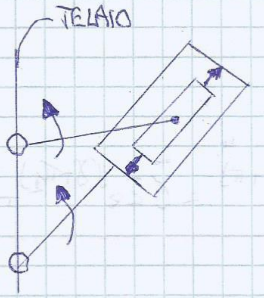
V_B è un vettore perpendicolare a $(C-B)$.

2)



Vediamo ora di studiare la cinematica del glifo oscillante. Il glifo oscillante è un'asta dotata di una scanalatura entro cui scorre un perno solidale con la ruota rotante.

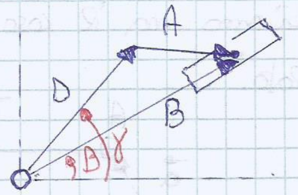
Con il glifo è possibile trasformare il moto rotatorio uniforme di una ruota in un moto rettilineo alternato.



Il glifo è composto da due cerniere esterne ed un giunto prismatico.

Scriviamo l'equazione di chiusura:

$$Ae^{i\alpha} + De^{i\gamma} = Be^{i\beta}$$



Derivando si ottiene:

$$\dot{\alpha} A e^{i(\alpha+\pi/2)} = \dot{B} e^{i\beta} + \dot{\beta} B e^{i(\beta+\pi/2)}$$

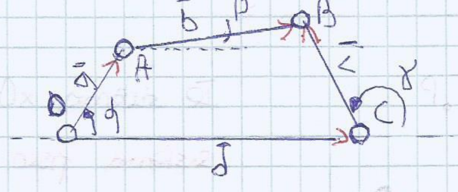
Derivando ancora si ottiene l'accelerazione:

$$\ddot{\alpha} A e^{i(\alpha+\pi/2)} + \dot{\alpha}^2 A e^{i(\alpha+\pi/2)} = \ddot{B} e^{i\beta} + \ddot{\beta} B e^{i(\beta+\pi/2)} + \dot{\beta}^2 B e^{i(\beta+\pi/2)} + 2\dot{\beta}\dot{B} e^{i(\beta+\pi/2)}$$

• NB:

$$\begin{cases} A\cos\alpha + D\cos\gamma = B\cos\beta \\ A\,\mathrm{sen}\,\alpha + D\,\mathrm{sen}\,\gamma = B\,\mathrm{sen}\,\beta \end{cases}$$

Consideriamo ora la seguente struttura detta quadrilatero articolato composto da due cerniere fisse e due mobili.



Le aste OA e BC sono manovelle e quindi permettono di compiere una rotazione completa.

Le due aste appena accennate possono essere anche dei bilancieri nel caso in cui possono compiere solo un moto alternato.

Scriviamo l'equazione di chiusura:

$$\bar{a}e^{i\alpha} + \bar{b}e^{i\beta} = \bar{c}e^{i\gamma} + \bar{D}e^{i\delta}$$

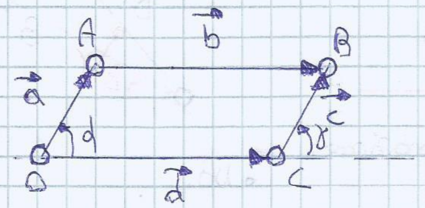
Deriviamo per ottenere la velocità:

$$\dot{\alpha}\bar{a}e^{i(\alpha+\pi/2)} + \dot{\beta}\bar{b}e^{i(\beta+\pi/2)} = \dot{\gamma}\bar{c}e^{i(\gamma+\pi/2)}$$

Per quanto riguarda l'accelerazione si ha:

$$\ddot{\alpha}\bar{a}e^{i(\alpha+\pi/2)} + \dot{\alpha}^2\bar{a}e^{i(\alpha+\pi)} + \ddot{\beta}\bar{b}e^{i(\beta+\pi/2)} + \dot{\beta}^2\bar{b}e^{i(\beta+\pi)} = \ddot{\gamma}\bar{c}e^{i(\gamma+\pi/2)} + \dot{\gamma}^2\bar{c}e^{i(\gamma+\pi)}$$

Consideriamo ora il caso particolare seguente di un parallelogramma articolato.



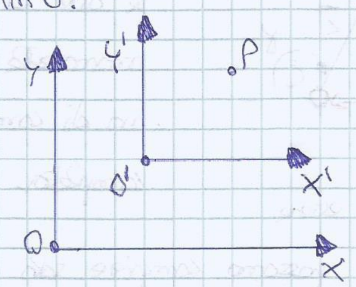
$\vec{a} = \vec{c}$ e $\alpha = \gamma$

$\vec{b} = \vec{d}$ e $\beta = \delta = \phi$

L'equazione di chiusura diventa:

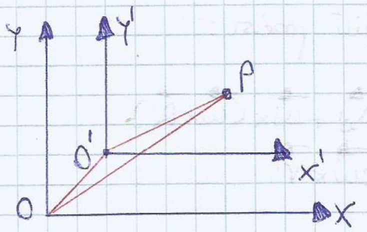
$$\vec{a}e^{i\alpha} + \vec{b}e^{i\beta} = \vec{d}e^{i\delta} + \vec{c}e^{i\gamma}$$

Molto importante, nello studio della meccanica applicata alle macchine, è il concetto di moto relativo. Consideriamo il seguente piano cartesiano con origine in O:



Il sistema xOy viene detto sistema fisso mentre il sistema x'O'y' viene detto sistema mobile

Il vettore $\vec{OP}$ è tale che:



$$\vec{OP} = \vec{OO'} + \vec{O'P}$$

Analogamente per la velocità:

$$\vec{V} = \vec{V'} + \vec{V_{O'}} + \vec{\omega} \times \vec{R'}$$

dove ω è la velocità angolare con cui gli assi di O' ruotano rispetto a O.

La differenza di velocità tra i due sistemi è la velocità di trascinamento. Essa vale:

$$\vec{V_T} = \vec{V} - \vec{V'} = \vec{V_{O'}} + \vec{\omega} \times \vec{R'}$$

È bene, fin da subito, definire due possibili scenari:

- Trascinamento traslatorio $\rightarrow$ in cui $\omega = \emptyset$ $\Rightarrow$ $\vec{V_T} = \vec{V_{O'}}$
- Trascinamento rotatorio $\rightarrow$ in cui $\vec{V_{O'}} = \emptyset$ $\Rightarrow$ $\vec{V_T} = \vec{\omega} \times \vec{R'}$

Analogamente per le accelerazioni, se $\vec{a}$ è l'accelerazione del punto P rispetto al sistema fisso e $\vec{a'}$ l'accelerazione del punto P rispetto al sistema mobile si ha:

$$\vec{a} = \vec{a'} + \vec{a_{O'}} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R'}) + 2\vec{\omega} \times \vec{V'}$$

Quindi le accelerazioni tra i due sistemi sono differenti e vale la relazione:

$$\vec{a} = \vec{a'} + \vec{a_T} + \vec{a_c}$$

a_T = accelerazione di trascinamento

a_c = accelerazione di Coriolis

Per essere più precisi:

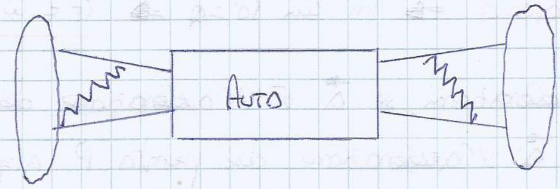
$$\begin{cases} \vec{a}_T = \vec{a}_{O'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}') \\ \vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}' \end{cases}$$

I sistemi di riferimento inerziali sono quei sistemi per cui vale la legge di inerzia. Se si considera un altro sistema di riferimento che si muove rispetto a quello inerziale con moto rettilineo uniforme ossia con $\vec{\omega} = 0$ si ha che:

$$\vec{a}_{O'} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}'$$

Questo cosa vuol dire? Vuol dire che qualsiasi sistema in moto rettilineo uniforme rispetto ad un sistema inerziale è anch'esso inerziale.

In precedenza si è accennato al quadrilatero articolato. Un esempio pratico di quadrilatero articolato sono le sospensioni automobilistiche.



Si definisce meccanismo quel componente/sistema meccanico atto a trasformare l'energia. Si chiamano membri i componenti di un meccanismo. In un meccanismo i vari membri possono essere in contatto tra di loro. La zona di contatto viene detta elemento cinematico.

L'insieme di due elementi cinematici viene detto coppia cinematica.