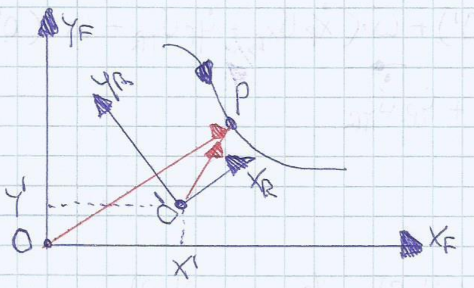
Fino ad ora abbiamo lavorato su un sistema fisso. Consideriamo anche un sistema mobile:



Possiamo scrivere:

$$\overrightarrow{P-O} = \overrightarrow{O-O'} + \overrightarrow{O'P}$$

$$\Downarrow$$

$$P-O = P(t) = x'\vec{U}_{x_F} + y'\vec{U}_{y_F} + x_P\vec{U}_{x_R} + y_P\vec{U}_{y_R}$$

Proviamo a derivare quest'ultima espressione ottenendo:

$$V_P(t) = \frac{dP(t)}{dt} = \dot{x}'\vec{U}_{x_F} + \dot{y}'\vec{U}_{y_F} + \dot{x}_P\vec{U}_{x_R} + \dot{y}_P\vec{U}_{y_R} + \frac{d}{dt}\vec{U}_{x_R}x_P + \frac{d}{dt}\vec{U}_{y_R}y_P$$

Possiamo scrivere:

$$\begin{cases} \dot{x}'\vec{U}_{x_F} + \dot{y}'\vec{U}_{y_F} = \frac{d}{dt}(O-O') \rightarrow \text{velocità della terna} \\ \dot{x}_P\vec{U}_{x_R} + \dot{y}_P\vec{U}_{y_R} + \frac{d}{dt}\vec{U}_{x_R}\cdot x_P + \frac{d}{dt}\vec{U}_{y_R}\cdot y_P = \frac{d}{dt}(O'-P) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$V_P(t)$ = velocità della terna + V_R + Rotazione della terna

dove:

V_R = velocità relativa = $\dot{x}_P\vec{U}_{x_R} + \dot{y}_P\vec{U}_{y_R}$

La rotazione della terna è:

$$\vec{\omega}\cdot(O'-P) = \frac{d}{dt}\vec{U}_{x_R}x_P + \frac{d}{dt}\vec{U}_{y_R}\cdot y_P$$

Si chiama velocità di trascinamento (V_T) la somma della velocità di traslazione e di rotazione della terna.

$$\vec{V}_T = \left(\dot{x}'\vec{U}_{x_F} + \dot{y}'\vec{U}_{y_F}\right) + \left(\vec{\omega}\cdot(O'-P)\right)$$

(12)

Analogo discorso per l'accelerazione:

$$a_P(t) = \ddot{x}' \vec{U}_{x_F} + \ddot{y}' \vec{U}_{y_F} + \dot{\omega} \cdot (P - O') + \omega \cdot (\dot{x}_P U_{x_R} + \dot{y}_P U_{y_R} + \omega \cdot (O' - P)) +$$
$$+ \ddot{x}_P \vec{U}_{x_R} + \ddot{y}_P \vec{U}_{y_R} + \dot{x}_P \dot{\vec{U}}_{x_R} + \dot{y}_P \dot{\vec{U}}_{y_R}$$

Ricordandoci che:

$$\frac{d}{dt}(O' - P) = \dot{x}_P \vec{U}_{x_R} + \dot{y}_P \vec{U}_{y_R} + \omega \cdot (O' - P) = V_R + \omega \cdot (O' - P)$$

Possiamo riscrivere la relazione nel seguente modo:

$$\vec{a}_P(t) = \ddot{x}' \vec{U}_{x_F} + \ddot{y}' \vec{U}_{y_F} + \dot{\vec{\omega}} \cdot (P - O') + \vec{\omega} \cdot (\vec{V}_R + \vec{\omega} \cdot (O' - P)) + \ddot{x}_P \vec{U}_{x_R} + \ddot{y}_P \vec{U}_{y_R}$$
$$+ \dot{x}_P \frac{d}{dt} \vec{U}_{x_R} + \dot{y}_P \frac{d}{dt} \vec{U}_{y_R}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{a}_P(t) = \vec{a}_\phi + \vec{\omega} \cdot \vec{\omega} \cdot (O' - P) + \dot{\vec{\omega}} \cdot (O' - P) + 2\vec{\omega} \cdot \vec{V}_R + \ddot{x}_P \vec{U}_{x_R} + \ddot{y}_P \vec{U}_{y_R}$$

dove:

$\vec{a}_\phi = \ddot{x}' \vec{U}_{x_F} + \ddot{y}' \vec{U}_{y_F}$ = accelerazione della terna

$\vec{\omega} \cdot \vec{\omega} \cdot (O' - P)$ = accelerazione angolare

$2\vec{\omega} \cdot \vec{V}_R$ = accelerazione di Coriolis.

$\ddot{x}_P \vec{U}_{x_R} + \ddot{y}_P \vec{U}_{y_R}$ = accelerazione relativa

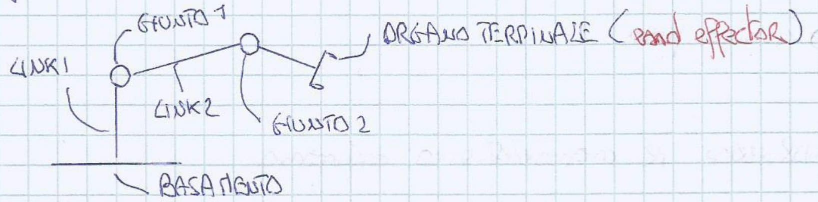
Per definizione l'accelerazione di trascinamento (a_{TR}) vale:

$$a_{TR} = a_\phi + \text{accelerazione angolare} + \dot{\vec{\omega}} \cdot (O' - P)$$

Come già accennato la meccanica applicata alle macchine si occupa di studiare la meccanica dei singoli componenti che costituiscono una macchina più complessa. Si definisce meccanismo una serie di corpi rigidi vincolati tra di loro. I meccanismi si dividono in:

- catene cinematiche aperte
- catene cinematiche chiuse

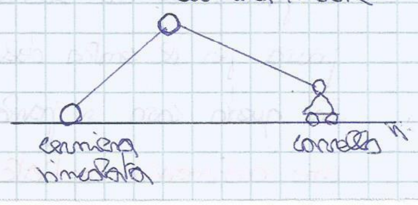
Nel primo tipo di catena l'insieme dei corpi rigidi sono collegati tra loro tramite un vincolo che unisce il precedente corpo al successivo. Per esempio, un classico braccio robotico da catena di montaggio è una catena cinematica aperta.



Nel secondo tipo di catena il primo e l'ultimo corpo (link) è vincolato al basamento (telaio). Le catene cinematiche chiuse sono di tre tipi:

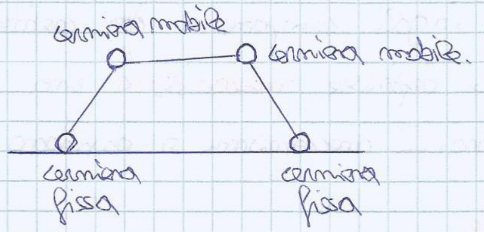
1) manovellismo ordinario
2) manovellismo articolato
3) Glifo

Il seguente schema mostra un manovellismo ordinario.

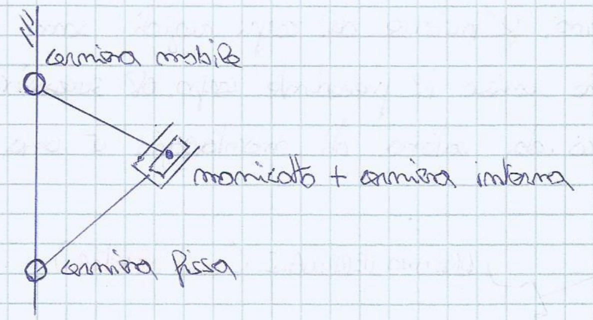


- Per esempio l'asione biella-pistone è un manovellismo ordinario.

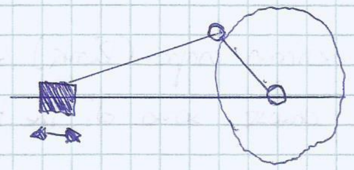
Il seguente esempio mostra un manovellismo articolato:



Il seguente esempio mostra un glifo:



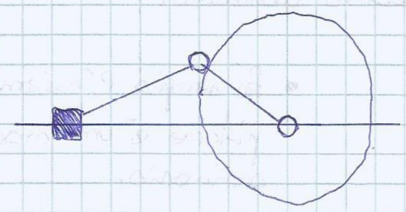
Iniziamo ad analizzare il manovellismo ordinario



Il manovellismo ordinario serve a trasformare il moto rotatorio della manovella in un moto lineare alternato di un corsoio o anche il inverso ossia da moto lineare a moto rotatorio.

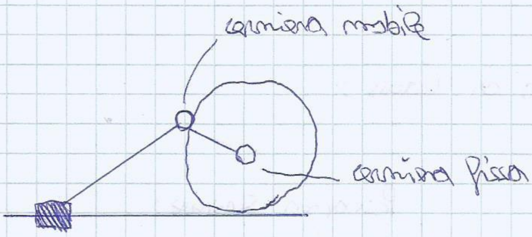
Per quanto riguarda il manovellismo ordinario si possono presentare due casi distinti:

1)



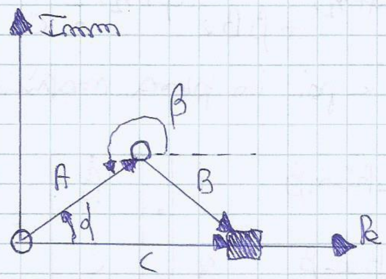
Il piano su cui scorre il corsoio passa per il centro della manovella. In questo caso si parla di manovellismo ordinario centrato.

2)



In questo caso il piano su cui scorre il corsoio non passa per il centro della manovella. Questo manovellismo viene detto manovellismo ordinario deviato.

Si studiano ora la cinematica di questi manovellismi. Per prima cosa la cinematica di un manovellismo si può risolvere mediante i numeri complessi e quindi il piano di Gauss oppure mediante terne mobili. Si consideri il seguente piano di Gauss:

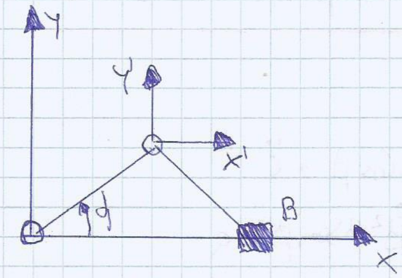


Si può tranquillamente scrivere:

$$Ae^{i\alpha}+Be^{i\beta}=C$$

Quest'ultima equazione prende il nome di equazione di chiusura.

Se invece si considera la terne mobili si ha:



In questo caso si ha:

$V_B = V_T + V_R$ → teorema dei moti relativi

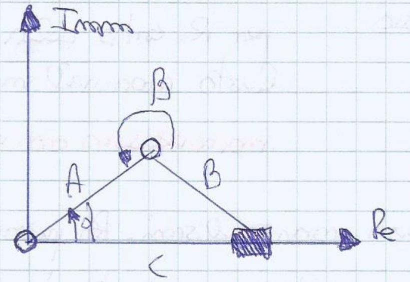
dove:

V_T = velocità di trascinamento

V_R = velocità relativa

Per essere più precisi in quest'ultimo caso V_T rappresenta la velocità di un punto se fosse solidale alla terna mobile rispetto alla terna fissa.

Riconsideriamo il caso del piano di Gauss:



Possiamo scrivere:

$$Ae^{i\alpha}+Be^{i\beta}=C$$

e:

$$\begin{cases} A\cos\alpha + B\cos\beta = C \\ A\,\mathrm{Sen}\,\alpha + B\,\mathrm{Sen}\,\beta = 0 \end{cases}$$

Derivando si ottiene:

$$i\dot\alpha A e^{i\alpha} + i\dot\beta B e^{i\beta} = \dot C \Rightarrow \dot\alpha A e^{i(\alpha+\pi/2)} + \dot\beta B e^{i(\beta+\pi/2)} = \dot C$$

Passando alle coordinate polari prima e poi in forma matriciale si ottiene:

$$\begin{cases} -\dot\alpha A\,\mathrm{Sen}\,\alpha - \dot\beta\cos\alpha\, B = \dot C \\ A\dot\alpha\cos\alpha + B\dot\beta\cos\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} -B\,\mathrm{Sen}\,\beta & -1 \\ B\cos\beta & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot\beta \\ \dot C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot\alpha A\,\mathrm{Sen}\,\alpha \\ -\dot\alpha A\cos\alpha \end{bmatrix}$$

Derivando ulteriormente si ottiene l'accelerazione:

$$\ddot\alpha A e^{i(\alpha+\pi/2)} + \dot\alpha^2 A e^{i(\alpha+\pi)} + \ddot\beta B e^{i(\beta+\pi/2)} + \dot\beta^2 B e^{i(\beta+\pi)} = \ddot C$$

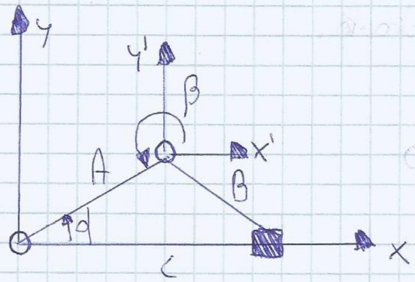
Quindi:

$$\begin{cases} -\ddot\alpha A\,\mathrm{Sen}\,\alpha - \dot\alpha A\cos\alpha - \ddot\beta B\,\mathrm{Sen}\,\beta - \dot\beta^2 B\cos\beta = \ddot C \\ \ddot\alpha A\cos\alpha - \dot\alpha^2 A\,\mathrm{Sen}\,\alpha + \ddot\beta B\cos\beta - \dot\beta^2 B\,\mathrm{Sen}\,\beta = 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} -B\,\mathrm{Sen}\,\beta & -1 \\ B\cos\beta & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot\beta \\ \ddot C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot\alpha A\,\mathrm{Sen}\,\alpha + \dot\alpha^2 A\cos\alpha + \dot\beta^2 B\cos\beta \\ -\ddot\alpha A\cos\alpha + \dot\alpha^2 A\,\mathrm{Sen}\,\alpha + \dot\beta^2 B\,\mathrm{Sen}\,\beta \end{bmatrix}$$

Proviamo a fare le stesse considerazioni con le terne mobili.



Si ricordi che:

$$V_B = V_R + V_T$$

Tabellina:

	V_B	V_T	V_R
Modulo	?	$\omega \cdot (A-O)$	$\omega_{AB} \cdot (AB)$
Direz. + Verso	parallelo a X	Perpendic. (A-O)	Perpendic. (AB)

Si ricordi infatti che:

$$V = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = V/R \text{ (rad/s)}.$$

Proviamo con le accelerazioni:

$$A_B = A_T^{(t)} + A_T^{(n)} + A_R^{(t)} + A_R^{(n)} + A_{CORIOLIS}$$

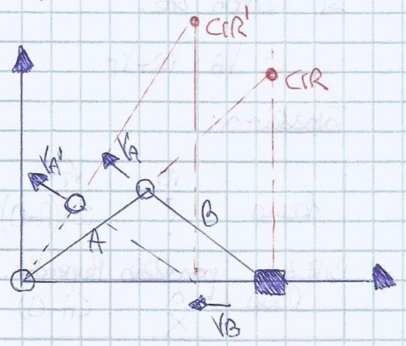
t = versore tangenziale
n = versore normale

Quindi:

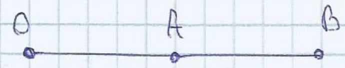
	A_B	$A_T^{(t)}$	$A_T^{(n)}$	$A_R^{(t)}$	$A_R^{(n)}$	$A_{CORIOLIS}$
Modulo	?	$\dot{\omega}(A-O)$	$\omega^2(A-O)$	$\dot{\omega}_{AB}(A-B)$	$\omega_{AB}^2(A-B)$	/
Direz. + Verso	Paral. a X	Perpend. (A-O)	Paral. (A-O)	Perpend. (A-B)	Parallela (A-B)	/

L'accelerazione di Coriolis è una accelerazione che si genera quando un corpo, spostandosi, si porta in una zona dove il sistema di riferimento rotante, pur avendo velocità angolare costante, varia la sua velocità lineare. Si ricordi che un sistema che sta ruotando non è un sistema inerziale. Un sistema di riferimento inerziale è tale se in esso vale il primo principio della dinamica, ossia in assenza di forze esterne un corpo permane nello stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

Si ponti attenzione al fatto che il centro di istantanea rotazione si sposta nel tempo in quanto il manovellismo ruota.

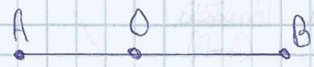


Si supponga ora che il punto A ed il punto B siano allineati come viene mostrato di seguito:



Il punto B si trova nella posizione più distante da O. In questo caso B si trova nel punto morto esterno.

Nel caso in cui il punto A ruota in modo che va a posizionarsi dalla parte opposta come viene mostrato di seguito:



In questo caso il punto B si trova nel punto più vicino ad O. Questo punto viene chiamato punto morto interno.

In entrambi i casi la velocità V_B è nulla e l'accelerazione è massima.
Si consideri la seguente situazione: