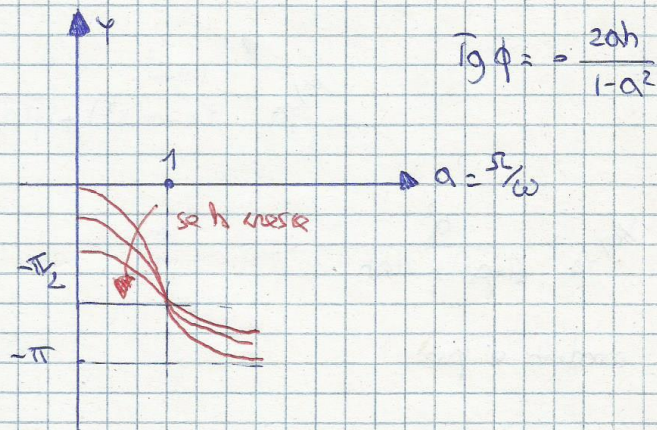
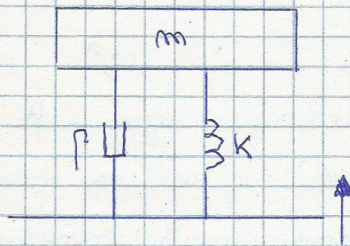


Di seguito viene riportata anche il grafico per la fase:



Fino ad ora abbiamo studiato la dinamica di oscillazione supponendo la massa mobile. Supponiamo ora che sia il vincolo a muoversi. Quindi:



In questo caso x è lo spostamento relativo tra il baricentro della massa e il vincolo.

Si può scrivere:

$$-m(\ddot{x} + \ddot{y}) - \gamma \dot{x} - Kx = 0 \Rightarrow m\ddot{x} + \gamma \dot{x} + Kx = -m\ddot{y}$$

Supponiamo che y sia una funzione armonica:

$$y = y_0 e^{i\omega t} \Rightarrow \dot{y} = i\omega y_0 e^{i\omega t} \text{ e } \ddot{y} = -\omega^2 y_0 e^{i\omega t}$$

A regime si avrà:

$$x = x_0 e^{i\omega t} \Rightarrow \dot{x} = i\omega x_0 e^{i\omega t} \\ \ddot{x} = -\omega^2 x_0 e^{i\omega t}$$

Quindi:

$$(-m\omega^2 + i\beta\omega + k)x_g e^{i\omega t} = m\gamma_0 e^{i\omega t}$$

$$x_g/\gamma_0 = \frac{m\omega^2}{(k - m\omega^2) + i\beta\omega}$$

Considerando:

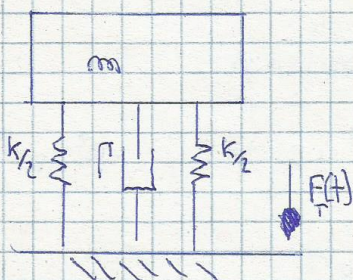
$$x_g/\gamma_0 = \frac{a^2}{(1 - a^2) + 2iah}$$

Calcoliamo modulo e fase:

$$|x_g/\gamma_0| = \frac{a^2}{\sqrt{(1 - a^2)^2 + (2ah)^2}}$$

$$\tan\varphi = \frac{2ah}{1 - a^2}$$

Sorge a questo punto spontanea una domanda: come si fa ad isolare le vibrazioni meccaniche? Ancora una volta si usa una molla ed uno smorzatore. Le macchine, durante il loro funzionamento, trasmettono delle forze alle fondamenta (terreno) ed analogamente le fondamenta trasmettono delle forze alla macchina. Si consideri, per esempio, la seguente situazione:



$$F(t) = F_0 \cos \omega t$$

F_t = forza trasmessa al vincolo

$$F_t = F_0 + F_p$$

Quindi:

(21)

$$|F| = \sqrt{|F_R|^2 + |F_I|^2}$$

Si noti che F vale:

$$F_T = \gamma \dot{x} + kx$$

Quindi gli spostamenti sono:

$$x = x_0 e^{i\omega t}, \quad \dot{x} = i\omega x_0 e^{i\omega t}, \quad \ddot{x} = -\omega^2 x_0 e^{i\omega t}$$

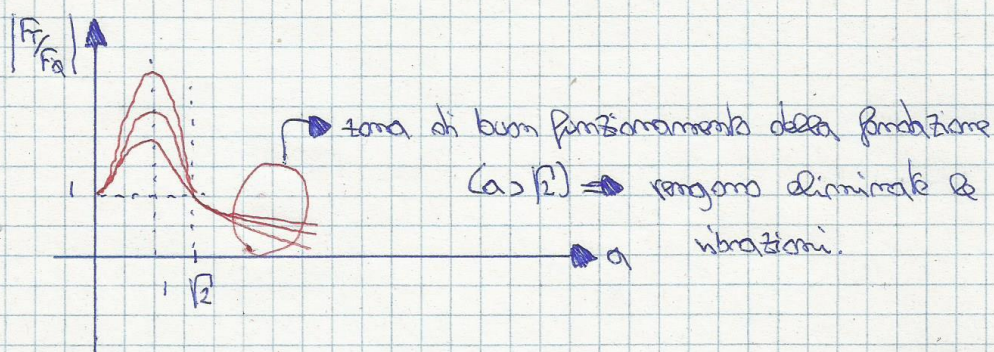


$$F_T = (k + i\omega\gamma) x_0 e^{i\omega t}$$

Il seguente rapporto detto **coefficiente di trasmissibilità assoluta**

$$T_a = \left| \frac{F}{F_0} \right| = \frac{\sqrt{1 + (2\alpha\beta)^2}}{\sqrt{(1 - \alpha^2)^2 + (2\alpha\beta)^2}}$$

che indica l'efficienza della trasmissione considerata.

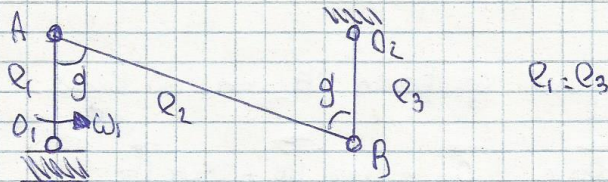


Per $\alpha \ll 1$, T_a si approssima ad 1 e si ha un comportamento del sistema quasi statico. Per $\alpha = 1$ si ha una **risonanza** ossia si ha una amplificazione

della funzione. Per $a > 1$ si ha una alternanza della funzione

ESERCIZI:

1) Si consideri il seguente meccanismo quadrilatero articolato:



L'asta l_2 è inclinata di 90° . L'asta lunga l_4 ruota con velocità angolare costante ω_1 in senso orario.

- Calcolare ω_2 dell'asta 2
- Calcolare ω_3 dell'asta 3
- Calcolare accelerazione angolare asta 2
- Calcolare accelerazione angolare asta 3.

2) Si noti che:

$$V_B = V_{O_2} + V_{B/O_2}$$

$$V_B = V_A + V_{B/A}$$

Siccome:

$$V_{O_1} = 0 \Rightarrow V_A = V_{O_1} + V_{A/O_1} = V_{O_1/A} \Rightarrow V_B = V_{O_1/A} + V_{B/A}$$

Dato che:

$$V_{O_2} = 0 \Rightarrow V_{B/O_2} = V_{O_2/A} + V_{B/A}$$

Tabella riassuntiva:

V_{B/O_2}	V_{A/O_1}	$V_{B/A}$	
$\omega_3 \cdot O_2B$	$\omega_1 \cdot O_1A$	$\omega_2 \cdot AB$	Modulo
$\perp O_2B$	$\perp O_1A$	$\perp AB$	Direzione
?	$\rightarrow$	?	Senso

(7h)

$V_{B/O_2} \parallel V_{A/O_1} \Rightarrow$ per $V_{A/A} = 0$ si ha: $V_{B/O_2} = V_{A/O_1}$ e quindi $\omega_2 = 0$
 Quindi:

$$\omega_1 = \omega_3$$

Per gli ultimi due punti sfruttiamo teorema di Koenig:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{B/O_2} = \vec{a}_{O_2} + a_{B/O_2} \vec{U}_U + a_{B/O_2} \vec{U}_T$$

Analogamente:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} = \vec{a}_{O_1} + a_{A/O_1} \vec{U}_U + a_{A/O_1} \vec{U}_T + a_{B/A} \vec{U}_U + a_{B/A} \vec{U}_T$$

Da cui otteniamo che:

$$a_{O_2} = a_{O_1} = 0$$

$$a_{A/O_1} \vec{U}_T = \omega_1 AO_1 \vec{U}_T = 0 \text{ visto che } \omega_1 = \text{costante}$$

$$a_{B/A} \vec{U}_U = \omega^2 AB \vec{U}_U = 0 \text{ visto che } \omega_2 = 0$$

$$\vec{a}_{B/O_2} \vec{U}_U + a_{B/O_2} \vec{U}_T = a_{A/O_1} \vec{U}_U + a_{A/O_1} \vec{U}_T$$

Tabella:

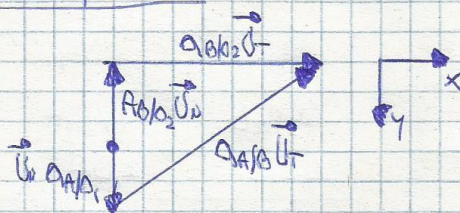
$a_{A/O_2} \vec{U}_U$	$a_{B/O_2} \vec{U}_T$	$a_{A/O_1} \vec{U}_U$	$a_{B/A} \vec{U}_T$
$\omega_3^2 AB$	$\omega_3 BO_2$	$\omega_1 AO_1$	$\omega_2 AB$
$\parallel \vec{U}_U$	$\perp \vec{U}_U$	$\parallel \vec{U}_U$	$\perp \vec{U}_T$
$B \rightarrow O_2$	?	$A \rightarrow O_1$	?

Quindi:

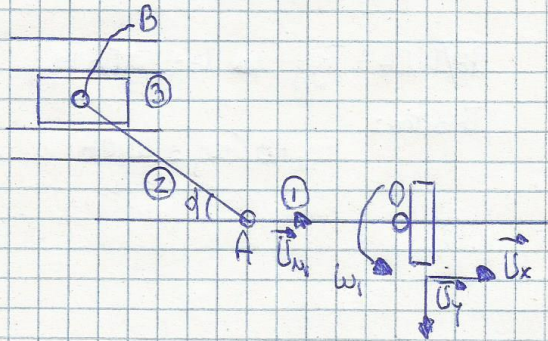
$$y: -\omega_3^2 BO_2 = \omega_1^2 AO_1 - \omega_2 AB \sin \theta$$

$$\omega_3^2 = \frac{\omega_1^2 AO_1 + \omega_3^2 BO_2}{AB \sin \theta}$$

$$x: \omega_3 O_2 B = \omega_2 AB \cos \theta \quad \& \quad \omega_3 = \omega_2 AB \cos \theta / O_2 B$$



2) Si consideri il seguente meccanismo:



1 = Pompa

2 = Biella

3 = Pistone

Dati:

$$OA = 1 \text{ m}$$

$$AB = 2 \text{ m}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$$

Calcolare:

1) v_B , indicando modulo, direzione e verso

2) ω_2 " "

3) a_B " "

4) $\dot{\omega}_2$ " "

2) 1) Per il punto B si ha:

$$v_B = v_A + \omega_2 (A-B)$$

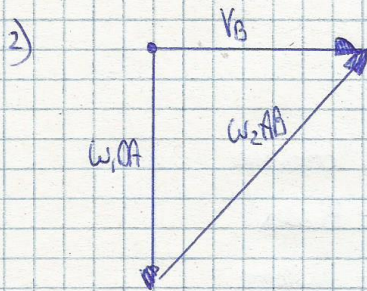
$$v_A = v_B + v_{A/B} = v_{A/B} \quad \text{perché } v_B = 0$$



$$v_B = v_{A/B} + v_{B/A} = \omega_1 OA + \omega_2 AB$$

Tabella:

	v_B	$v_{A/B}$	$v_{B/A}$
Modulo	?	$\omega_1 OA$	$\omega_2 AB = ?$
Direzione	$\parallel \vec{v}_x$	$\parallel \vec{v}_y$	$\perp AB$
Verso	?	$+\vec{v}_y$	?



Triangolo delle velocità

$$V_B / \omega_1 OA = \operatorname{Tgd} \Rightarrow V_B = \omega_1 OA \operatorname{Tgd}$$

Inoltre:

$$\omega_2 AB \cos d = \omega_1 OA \quad \text{e} \quad \omega_2 = \omega_1 \frac{OA}{AB}$$

3) Si ricorrono che:

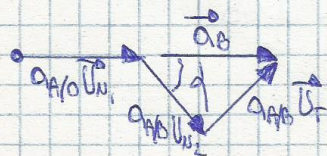
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{A/O} = \vec{a}_O + \omega_1 AO \vec{U}_1 + \omega_1 AO \vec{U}_r = \omega_1 AO \vec{U}_1$$

$$\vec{a}_B = \omega_1 AO \vec{U}_1 + \omega_2 AB \vec{U}_2 + \omega_2 AB \vec{U}_r$$

Dato che O è fermo e ω_1 è costante si ha:

	$\vec{a}_B$	$\omega_1 AO \vec{U}_1$	$\omega_2 AB \vec{U}_r$	$\omega_2 AB \vec{U}_2$
Modulo	?	$\omega_1^2 OA$	$\omega_2^2 AB$	$\omega_2 AB$
Direz.	$// \vec{U}_r$	$// \vec{U}_1$	$// \vec{U}_2$	$\perp \vec{U}_2$
verso	?	$A \rightarrow O$	$B \rightarrow A$	?



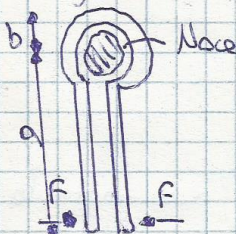
$$x: \omega_1^2 OA + \omega_2^2 AB \cos d + \omega_2 AB \sin d = a_B$$

$$y: \omega_2^2 AB \sin d - \omega_2 AB \cos d$$

$$\Downarrow$$

$$\omega_2 = \omega_1^2 \operatorname{Tgd}$$

4) Si consideri il generico schema qui:



DATI:

$$F = 20 \text{ N}$$

$$a = 125 \text{ mm}$$

$$b = 20 \text{ mm}$$

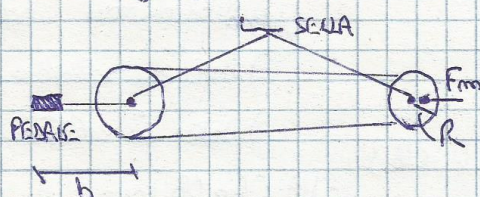
Calcolare la forza esercitata sulla molla.

4) L'esercizio è semplicissimo. Infatti si ha:

$$F(a+b) - Nb = 0 \Rightarrow N = \frac{F(a+b)}{b} = 145 \text{ N}$$

NB: N = forza esercitata sulla molla.

5) Si consideri la seguente situazione:



e con:

z_1 = numero denti ruotina

z_2 = numero denti corona

Calcolare la forza motrice sul pedale della bici dati:

$$R = 34 \text{ cm}$$

$$z_1 = 19$$

$$z_2 = 46$$

$$b = 17 \text{ cm}$$

5) Come già visto nella teoria il rapporto di trasmissione vale:

$$\eta_L = \frac{z_1}{z_2} = \frac{19}{46}$$

Se il pedale compie una rotazione α , la ruota compie una rotazione che vale:

$$\beta = \alpha \cdot \eta_L$$

Quindi per una pendenza completa (angolo giro) si ha:

$$\beta = 360 \cdot \frac{1}{2,41} = 2,42 \text{ giri}$$

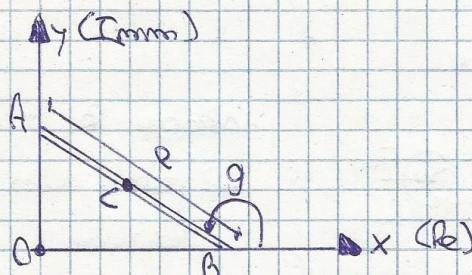
Però:

$$L = 2\pi R / q = 5,17 \text{ m} \rightarrow \text{Lunghezza di avvolgimento legata ai 2,42 giri.}$$

Il lavoro motore nob:

$$L_m = 4F \cdot b \Rightarrow F \cdot 4b = F_m \cdot L \Rightarrow F_m = F \frac{4b}{L} = \frac{2b\eta}{\pi R} = 4,13 \text{ N.}$$

6) Sia data la seguente asta:



1) Determinare i gdl

2) Data ω calcolare V_A, V_B, V_C

3) Data $\dot{\omega}$ calcolare a_C .

NB: OA e OB sono due guide liscie.

6) 1) Nel punto A si ha 1gdl

Nel punto B si ha 1gdl, quindi: $gdl_{Tot} = 1$

2) Si ha:

$$x_B = -R \cos \theta$$

$$y_A = R \sin \theta$$

$$\dot{x}_B = R \sin \theta \dot{\theta}$$

$$\dot{y}_A = R \cos \theta \dot{\theta}$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{dA}{dt} = \frac{dy_A}{dt} = \dot{\theta} R \cos \theta$$

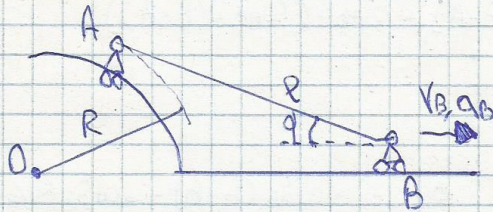
$$V_B = \frac{dB}{dt} = \dot{\theta} R \sin \theta$$

Per il punto C: $x_C = x_B + \frac{R}{2} \cos \theta$

$$y_C = \frac{R}{2} \sin \theta$$

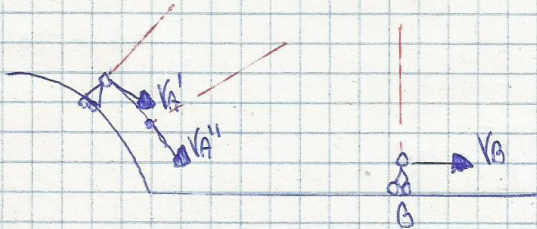
$$\Rightarrow \dot{V}_C = \dot{x}_B + \dot{\theta} \frac{R}{2} \cos \theta$$

7) Si consideri la seguente asta che si muove su guida circolare:

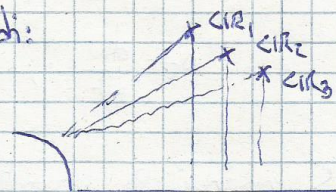


- 1) Individuare il CIR
- 2) Calcolare ω_{AB} e $\dot{\omega}_{AB}$
- 3) Calcolare v_A , a_A

7) 1) Innanzitutto si studia il legame di Chasles:



Quindi:



2) Per calcolare ω_{AB} sfruttiamo la formula fondamentale della cinematica del corpo rigido e $v_{CIR} = 0$.

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \omega_{AB} (\vec{B} - \vec{A}) \quad \text{ma } \vec{v}_A = ?$$

Quindi:

$$\vec{v}_B = \frac{v_A}{r} + \omega_{AB} (\vec{B} - \text{CIR}) = \omega_{AB} (-y_{CIR})$$

o meglio:

$$\vec{v}_B = \omega_{AB} \vec{U}_z (-y_{CIR}) \vec{U}_y \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{v_B}{y_{CIR}}$$

Analogamente:

$$\vec{v}_A = \omega_{AB} (\vec{A} - \text{CIR}) = \omega_{AB} \vec{U}_z \cdot ((x_A - x_{CIR}) \vec{U}_x + (y_A - y_{CIR}) \vec{U}_y)$$

Per calcolare le accelerazioni non uso il CIR in quanto $a_{CIR} \neq 0$.

Quindi: