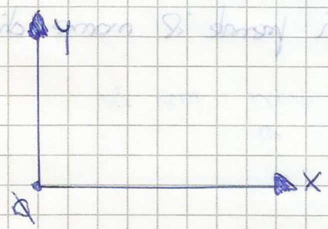
Uno degli argomenti fondamentali nella geometria di base è quello legato alla geometria piana. Tale geometria si occupa di studiare le figure piane come le rette, gli angoli o i poligoni. Diamo una occhiata agli enti geometrici fondamentali:



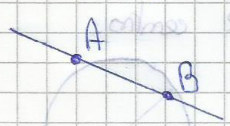
PIANO, ossia un ente definito da due dimensioni (lunghezza e altezza).

A. PUNTO, ente adimensionale che ha come scopo quello di individuare una posizione nel piano o nello spazio.

RETTA = ente geometrico senza larghezza o spessore. Ha solo una lunghezza.

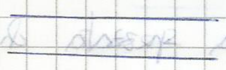
Vediamo i primi postulati:

- Un piano contiene infinite rette ed infiniti punti.
- Una retta contiene infiniti punti.
- Se consideriamo due punti distinti A e B:

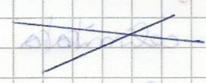


ci passa una e una sola retta.

Se si considerano due rette si possono avere due possibili soluzioni:

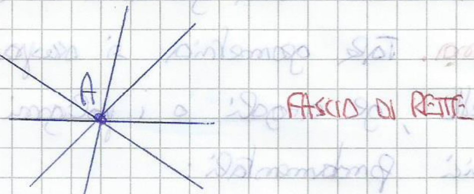


rette parallele

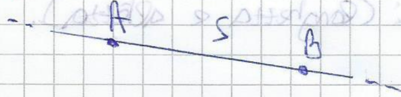


rette incidenti

Per un singolo punto passano infinite rette.

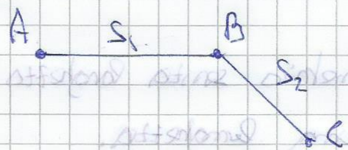


Una parte di retta delimitata da due punti prende il nome di segmento.



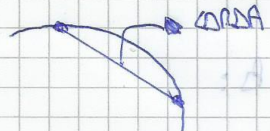
S= segmento.

Due o più segmenti si dicono consecutivi quando hanno un estremo in comune.



S_1 e S_2 sono consecutivi.

Due segmenti si dicono adiacenti quando sono consecutivi e giacciono sulla stessa retta. Una corda è un segmento che unisce due punti di una circonferenza:

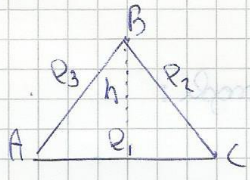


Il diametro è il segmento che unisce due punti di una circonferenza e passa per il centro.

Per raggio si intende la metà del segmento chiamato diametro.

C= centro
D= diametro

Si definisce poligono una qualsiasi figura piana delimitata da una linea spezzata chiusa. Per esempio il seguente triangolo è un poligono:



A, B, C sono vertici del triangolo

Il triangolo è il poligono più semplice. Ha tre lati e tre angoli. Il perimetro si calcola facilmente, come del resto l'area:

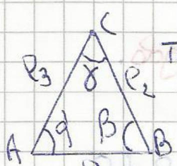
$P = l_1 + l_2 + l_3$

$A = (l_1 \cdot h/2)$ dove h = altezza del triangolo.

Brevemente un triangolo può essere:

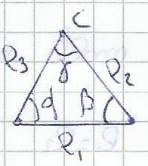
- EQUILATERO → tre lati uguali e tre angoli uguali
- SCALENO → ha tutti e tre lati diversi e angoli diversi
- ISOSCELE → ha almeno due lati e quindi due angoli uguali

Quindi:



TRIANGOLO ISOSCELE

$\alpha = \beta$ e $l_2 = l_3$



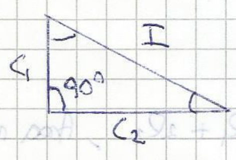
$l_1 = l_2 = l_3$ e

$\alpha = \beta = \gamma$

↓

TRIANGOLO EQUILATERO

Un tipo particolare di triangolo è il triangolo rettangolo:



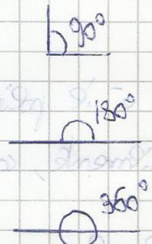
$\begin{cases} I = \text{ipotenusa} \\ C_1 \text{ e } C_2 = \text{cateti} \end{cases}$

Per un triangolo rettangolo è possibile sfruttare il teorema di Pitagora:

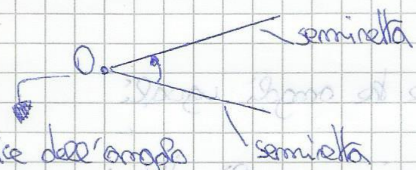
$$I = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$$

Brevemente per quanto riguarda gli angoli:

- angolo retto → angolo di 90°
- angolo piatto → angolo di 180°
- angolo giro → angolo di 360°



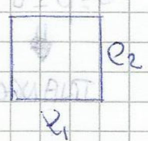
Un angolo è la parte di piano diviso da due semirette.



L'ampiezza di un angolo si misura in gradi o radianti.

Un angolo con ampiezza minore di 90° viene detto angolo acuto mentre un angolo la cui ampiezza è strettamente maggiore di 90° viene detto angolo ottuso.

Un altro poligono molto noto è il quadrato e il rettangolo.



$l_1 = l_2$

QUADRATO

$l_1 \neq l_2$

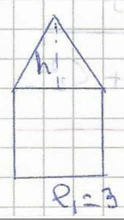
Perimetro quadrato: $l_1 + l_2 + l_1 + l_2 = 4l_1$

Area quadrato: $l_1 \cdot l_2 = l_1 \cdot l_1 = l_1^2$

Perimetro rettangolo: $l_1 + l_2 + l_1 + l_2 = 2l_1 + 2l_2$, Area rettangolo: $l_1 \cdot l_2$

Esempio:

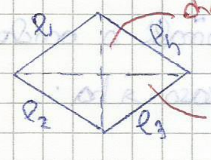
- Calcolare l'area di tale figura:



$h = 2$

$$A_{TOT} = \underbrace{l_1 \cdot l_1}_{\text{Area quadrato}} + \overbrace{(l_1 \cdot h)/2}^{\text{Area triangolo}}$$

Un altro poligono molto utilizzato è il rombo:

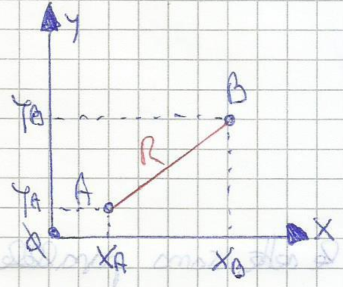


Perimetro: $4l$ $(l_1 = l_2 = l_3 = l_4)$

Area: $\frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

Vediamo brevemente di introdurre il concetto di equazione della retta.

Consideriamo un piano cartesiano (piano bidimensionale):

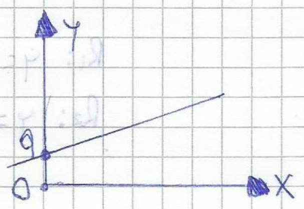


$$\begin{cases} \Delta x = x_B - x_A \\ \Delta y = y_B - y_A \end{cases} \rightarrow m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{pendenza della retta}$$

"m" viene detto coefficiente angolare.

Il coefficiente angolare indica la pendenza della retta. L'equazione della retta è:

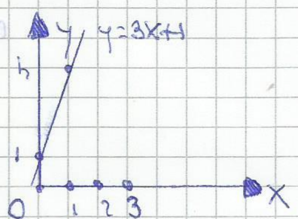
$$y = mx + q$$



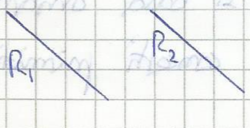
se $q = 0$ → la retta interseca l'asse delle y nell'origine.

Vediamo un esempio:

$y = 3x + 1$ →

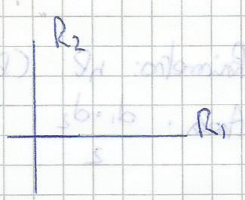


Se ho due rette disgiunte R_1 e R_2 esse sono parallele se $m_1 = m_2$



Due rette parallele hanno lo stesso coefficiente angolare.

Un caso particolare si ha quando:



R_1 e R_2 sono rette ortogonali o anche perpendicolari. In questo caso si ha:

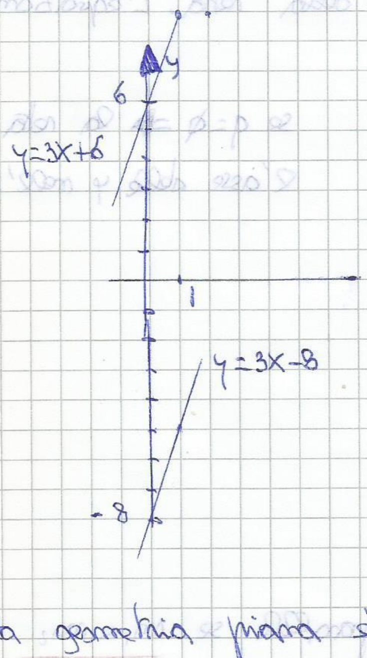
$$m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

Alternativamente si può anche scrivere:

$$m_1 = -\frac{1}{m_2} \Rightarrow m_1 m_2 = -1.$$

Vediamo dei semplici esempi:

$R_1: y = 3x + 6$
$R_2: y = 3x - 8$ $\Rightarrow$ $m_1 = m_2 = 3 \Rightarrow$ le rette sono parallele.



$R_1: y = -5x + 12$
$R_2: y = \frac{x}{5} + 6$

$\Downarrow$

$m_1 = -5$
$m_2 = \frac{x}{5}$ $\Rightarrow -\cancel{5} \cdot \frac{1}{\cancel{5}} = -1$

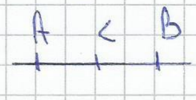
Nella geometria piana si studiano le figure su un piano cartesiano (piano bidimensionale). Tale geometria si basa ovviamente su determinati assiomi che ruotano attorno ai concetti primitivi di punto, retta, piano.

Gli assiomi si raggruppano in assiomi di appartenenza:

1) Per ogni coppia di punti passa una e una sola retta
2) Per ogni retta del piano esistono almeno due punti A e B che le appartiene ed almeno un punto C che non le appartiene
3) Per tre punti non allineati passa uno e un solo piano.
4) Se una retta ha in comune con un piano due punti, allora tutti i punti della retta appartengono al piano.

Poi ci sono gli assiomi d'ordine:

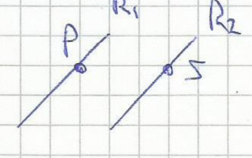
1) Nell'insieme dei punti di una retta è possibile introdurre due relazioni di ordine:
   - dati due punti distinti A e B tali che A precede B esiste sempre un punto C compreso tra A e B.



$A < B$ e $A < C < B$

Gli assiomi di Euclide creano, di fatto, le basi della geometria piana detta anche geometria Euclidea. Euclide nacque nel IV secolo A.C in Egitto ad Alessandria. È stato il più importante matematico della storia antica.

Un altro assioma molto importante è l'assioma della parallela il quale afferma che data una retta R passante per il punto P, esiste un punto S non toccato da R ma toccato da una retta R_2 parallela ad R.



$R_1 // R_2$