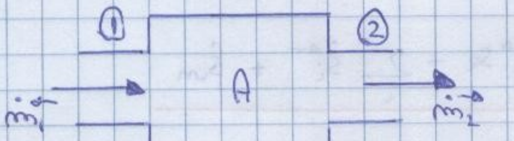
In sostanza il regime stazionario corrisponde al funzionamento delle macchine a regime (massimo o minimo che sia). Pertanto i precedenti bilanci si scrivono in questa maniera:

$$\begin{cases} \dfrac{dm}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow} - \sum_e \dot{m}_e^{\rightarrow} = 0 & \text{(STATO STAZIONARIO)} \\ \dfrac{dE}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow} h_i - \sum_e \dot{m}_e^{\rightarrow} h_e + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}^{\rightarrow} = 0 & \text{(STATO STAZIONARIO)} \\ \dfrac{dS}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow} s_i - \sum_e \dot{m}_e^{\rightarrow} s_e + \sum_i \dot{S}_i^{\leftarrow} + \dot{S}_{in} = 0 & \text{(STATO STAZIONARIO).} \end{cases}$$

Vediamo qualche esempio. Supponiamo di avere una corrente d'aria che fluisce attraverso il sistema A con una portata $\dot{m}_1 = 300\ g/s$. L'entropia specifica dell'aria all'ingresso 1 e all'uscita 2 del sistema A è rispettivamente $s_1 = 700\ J/kgK$ e $s_2 = 200\ J/kgK$. Nelle ipotesi che il sistema A operi stazionariamente e reversibilmente determinare in valore e segno la quantità di entropia scambiata per unità di tempo $\dot{S}^{\leftarrow}$ dal sistema A con l'esterno. Disegnamo lo schema:



Scriviamo il bilancio di massa e di entropia:

$$\begin{cases} \dfrac{dm^A}{dt} = \dot{m}_1^{\leftarrow} - \dot{m}_2^{\rightarrow} = 0 \\ \dfrac{dS^A}{dt} = \dot{m}_1^{\leftarrow} s_1 - \dot{m}_2^{\rightarrow} s_2 + \dot{S}^{\leftarrow} + \dot{S}_{in} = 0 \end{cases} \quad \text{(STATI STAZIONARI).}$$

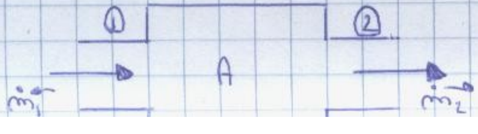
Quindi:

$$\dot{m}_1^{\leftarrow} = \dot{m}_2^{\rightarrow} \Rightarrow \dot{m}_1^{\leftarrow}(s_1 - s_2) + \dot{S}^{\leftarrow} + \dot{S}_{in} = 0$$

Notando però che il sistema A opera reversibilmente si ha:

$$\dot{S}_{in} = 0 \Rightarrow \dot{m}_1^{\leftarrow}(s_1 - s_2) + \dot{S}^{\leftarrow} = 0 \Rightarrow \dot{S}^{\leftarrow} = \dot{m}_1^{\leftarrow}(s_2 - s_1) =$$
$$= 0{,}3\ kg/s\ (200 - 700) =$$
$$= -150\ W/K.$$

Vediamo un altro esempio. Consideriamo una corrente di gas combusti che fluisce stazionariamente con una portata $\dot{m}_1^{\leftarrow} = 0{,}5\ kg/s$ attraverso il sistema A. Le condizioni del gas all'ingresso ① e all'uscita ② del sistema A sono rispettivamente $P_1 = 2\ bar$ e $T_1 = 500°C$ e $P_2 = 1\ bar$ e $T_2 = 50°C$. Il sistema A scambia energia con l'ambiente con interazione di calore. Nelle ipotesi che i gas abbiano un comportamento ideale e che il sistema operi reversibilmente determinare l'energia e l'entropia scambiate nell'unità di tempo con l'ambiente per interazione di calore della corrente di gas tra ingresso e uscita. Abbiamo:



Vediamo i vari bilanci:

$$\begin{cases} \dfrac{dm^A}{dt} = \dot{m}_1^{\leftarrow} - \dot{m}_2^{\rightarrow} = 0 \\ \dfrac{dE^A}{dt} = \dot{m}_1^{\leftarrow}(h_1 - h_2) + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}^{\rightarrow} = 0 \qquad \text{(STATI STAZIONARI).} \\ \dfrac{dS^A}{dt} = \dot{m}_1^{\leftarrow}(s_1 - s_2) + \dot{S}^{\leftarrow} + \dot{S}_{in} = 0 \end{cases}$$

Quindi: $\dot{m}_1^{\leftarrow} = \dot{m}_2^{\rightarrow} \Rightarrow \dot{L}^{\rightarrow} = 0$ perché il sistema scambia energia sotto forma di calore.

Pertanto: $\dot{Q}^{\leftarrow} = \dot{m}_1(h_2 - h_1)$. I gas sono ideali e quindi:

$$\dot{Q}^{\leftarrow} = \dot{m}_1^{\leftarrow}(c_p(T_2 - T_1))$$

Possiamo supporre i gas combusti come gas biatomici con massa molare $M = 29\ kg/kmol$

Quindi:

$$\dot{Q}^{\leftarrow} = \dot{m}_1^{\leftarrow} \tfrac{7}{2} R^*(T_2 - T_1) \quad \text{con } R^* = \frac{R}{M}$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{Q}^{\leftarrow} = 0{,}5\ kg/s \cdot \frac{7}{2} \frac{8314}{29\ kg/kmol}(50 - 500) = -225{,}9\ kW$$

Calcoliamoci ora l'entropia scambiata $\dot{S}^{\leftarrow}$. Il sistema opera reversibilmente e quindi:

$$\dot{S}_{in} = 0 \Rightarrow \dot{m}_1^{\leftarrow}(s_1 - s_2) + \dot{S}^{\leftarrow} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{S}^{\leftarrow} = \dot{m}_1^{\leftarrow}(s_2 - s_1)$$

I gas sono ideali e quindi posso usare la seguente relazione:

$$s_2 - s_1 = n\left(c_p \ln T_2/T_1 - R \ln p_2/p_1\right) = c_p^* \ln T_2/T_1 - R^* \ln p_2/p_1$$

con $c_p^* = c_p/M$. Quindi:

$$\dot{S}^{\leftarrow} = \dot{m}_1^{\leftarrow}\left(c_p^* \ln T_2/T_1 - R^* \ln p_2/p_1\right) = -438{,}1\ \frac{W}{K}.$$

Giunti a questo punto definiamo l'entalpia generalizzata che indichiamo con h^*, la seguente espressione:

$$h^* = h_i + \frac{1}{2} w_i^2 + g z_i$$

Ci chiediamo ora quando il lavoro svolto da un processo è massimo o minimo. Il lavoro massimo o minimo si ha quando il processo in questione è reversibile ($\dot{S}_{in} = 0$). Siccome in un processo reversibile si ha che:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \Rightarrow \dot{S} = \frac{\dot{Q}}{T} \Rightarrow \frac{dS}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow} s_i - \sum_e \dot{m}_e^{\rightarrow} s_e + \sum_i \dot{S}_i^{\leftarrow} + \overset{0}{\dot{S}_{in}} = 0$$

Quindi:

$$\frac{dS}{dt} = \sum_i \dot{m}_i s_i - \sum_e \dot{m}_e^{\rightarrow} s_e + \sum_i \frac{\dot{Q}_i^{\leftarrow}}{T} = 0$$

Il lavoro è dato da:

$$\dot{L}^{\rightarrow} = \sum_i \dot{m}_i^{\rightarrow} h_i - \sum_e \dot{m}_e^{\rightarrow} h_e + \sum_i \dot{Q}_i^{\leftarrow} = \sum_i \dot{m}_i^{\rightarrow} h_i - \sum_e \dot{m}_e^{\rightarrow} h_e + \sum_i T \dot{S}_i^{\leftarrow}$$

In particolare la seguente espressione:

$$\dot{L}^{\rightarrow}_{MAX} - \dot{L}^{\rightarrow}$$

rappresenta l'inefficienza della nostra macchina, e cioè l'energia da essa consumata. Si noti che nei precedenti bilanci di energia abbiamo sempre supposto che il calore entrasse nel sistema. Può però anche succedere che ci siano flussi di calore uscenti dal sistema. Quindi bisognerebbe scrivere:

$$\dot{L}^{\rightarrow} = \sum_i \dot{m}_i^{\rightarrow} h_i - \sum_e \dot{m}_e^{\rightarrow} h_e + \sum_i T \dot{S}_i^{\leftarrow} - \sum_e \dot{Q}_e^{\rightarrow}$$

Riconsideriamo ora l'entalpia generalizzata definita precedentemente:

$$h^* = h + \frac{1}{2} w^2 + zg = h + e_c + e_p$$

Supponiamo ora di avere due generici A_1 e A_2 vicini tra loro. Questo significa che l'entalpia generalizzata nello stato A_2 sarà data da:

$$h_2^* = h_1^* + dh^*$$

Questa espressione sostituita nell'equazione di bilancio dell'energia mi fornisce la seguente espressione:

$$-\dot{m}_1^{\rightarrow} dh^* + d\dot{Q}^{\leftarrow} - d\dot{L}^{\rightarrow} = 0$$

Quindi dobbiamo effettuare uno spostamento infinitesimale per passare dallo stato A_1 allo stato A_2. Pertanto:

$$\dot{m}_1^{\rightarrow} dh^* = d\dot{Q}^{\leftarrow} - d\dot{L}^{\rightarrow} \Rightarrow dh^* = \frac{d\dot{Q}^{\leftarrow}}{\dot{m}_1^{\rightarrow}} - \frac{d\dot{L}^{\rightarrow}}{\dot{m}_1^{\rightarrow}}$$

$$\Downarrow$$

$$-dh^* + \frac{d\dot{Q}^{\leftarrow}}{\dot{m}_1^{\rightarrow}} - \frac{d\dot{L}^{\rightarrow}}{\dot{m}_1^{\rightarrow}} = 0$$

In conclusione:

$$-d(h + e_c + e_p) + \frac{d\dot{Q}^{\leftarrow}}{\dot{m}_1^{\rightarrow}} - \frac{d\dot{L}^{\rightarrow}}{\dot{m}_1^{\rightarrow}} = 0$$

Analogamente si ha per l'equazione di bilancio dell'entropia:

$$S_2 = S_1 + dS \Rightarrow -\dot{m}_1^{\rightarrow} dS + d\dot{S}^{\leftarrow} + d\dot{S}_{in} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$-dS + \frac{d\dot{S}^{\leftarrow}}{\dot{m}_1^{\rightarrow}} + \frac{d\dot{S}_{in}}{\dot{m}_1^{\rightarrow}} = 0$$

Quindi abbiamo il seguente sistema:

$$\begin{cases} -dh - d(e_c+e_p) + \dfrac{d\dot Q^{\leftarrow}}{\dot m_1^{\leftarrow}} - \dfrac{d\dot L^{\rightarrow}}{\dot m_1^{\leftarrow}} = 0 \\ -ds + \dfrac{d\dot Q^{\leftarrow}}{\dot m_1^{\leftarrow} T} + \dfrac{d\dot S_{irr}}{\dot m_1^{\leftarrow}} = 0 \end{cases} \quad \text{con } d\dot S^{\leftarrow} = \frac{d\dot Q^{\leftarrow}}{T}$$

In particolare dall'ultima equazione otteniamo:

$$\frac{d\dot Q^{\leftarrow}}{\dot m_1^{\leftarrow}} = \left(ds - \frac{d\dot S_{irr}}{\dot m_1^{\leftarrow}}\right)T$$

Quest'ultima espressione sostituita nella prima equazione ci dà:

$$-dh - d(e_c+e_p) + Tds - \frac{d\dot S_{irr}}{\dot m_1^{\leftarrow}}T - \frac{d\dot L^{\rightarrow}}{\dot m_1^{\leftarrow}} = 0$$

Ricordandosi poi che:

$$dh = Tds + vdP$$

otteniamo:

$$-\cancel{Tds} - vdP - d(e_c+e_p) + \cancel{Tds} - \frac{d\dot S_{irr}}{\dot m_1^{\leftarrow}}T - \frac{d\dot L^{\rightarrow}}{\dot m_1^{\leftarrow}} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d\dot L^{\rightarrow}}{\dot m_1^{\leftarrow}} = -vdP - d(e_c+e_p) - \frac{d\dot S_{irr}}{\dot m_1^{\leftarrow}}T$$

Integrando quest'ultima espressione si ottiene:

$$\dot L^{\rightarrow} = -\dot m_1^{\leftarrow}\int vdP - \dot m_1^{\leftarrow}\int d(e_c+e_p) - \int T d\dot S_{irr}$$

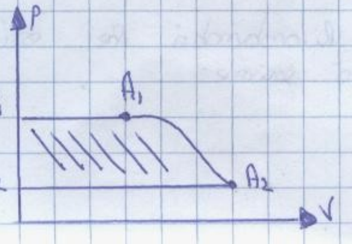
Alla fine otteniamo la seguente equazione nota come equazione dell'energia meccanica:

$$\dot L^{\rightarrow} = -\dot m_1^{\leftarrow}\int_{P_1}^{P_2} vdP - \dot m_1^{\leftarrow}(e_c+e_p)_{A_1}^{A_2} - \int_{\dot S_{irr}} T d\dot S_{irr}$$

Si noti che mentre i primi due integrali sono "tradizionali" e quindi dipendono solo dagli stati A_1 e A_2, l'ultimo integrale è di linea. Supponiamo ora che la variazione di energia cinetica ed energia potenziale sia nulla. Otteniamo così:

$$e_{c_1} = e_{c_2} \text{ e } e_{p_1} = e_{p_2} \Rightarrow \dot L_u^{\rightarrow} = \dot L_{MAX} = -\dot m_1^{\leftarrow}\int_{P_1}^{P_2} vdP \qquad (\dot S_{irr} = 0)$$

Con $\dot L_u^{\rightarrow}$ intendiamo il lavoro utile. Siccome poi abbiamo considerato il lavoro massimo, chiaramente l'entropia generata dal sistema per irreversibilità è nulla, in quanto il massimo lavoro si ha quando la macchina opera reversibilmente. Quindi graficamente si ha una cosa del seguente tipo:



L'area tratteggiata mi rappresenta il massimo lavoro ottenibile teoricamente da una macchina che opera all'interno del volume di controllo.

(64)

Chiaramente se il fluido è incomprimibile, il volume è costante e quindi:

$$\dot{L_u} = -\dot{m}_1 V \int_{P_1}^{P_2} dP = -\dot{m}_1 V (P_2 - P_1)$$

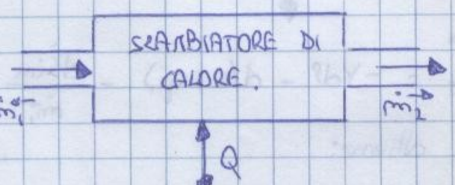
Se la pressione P_2 è maggiore della pressione P_1 ($P_2 > P_1$) abbiamo che $\dot{L_u} > 0$ e quindi si fa più fatica a immettere massa piuttosto che a toglierla. Questa differenza è proprio il lavoro utile. Quindi formalmente si scrive:

$$\dot{L_u} = \dot{L_p} - \dot{L_e}$$

NB: In realtà con $\dot{L} = \frac{dL}{dt}$ si indica la potenza meccanica.

dove L_p è il lavoro di pulsione cioè quel lavoro compiuto dal sistema per spingere al suo interno il fluido, e L_e è il lavoro di espulsione cioè il lavoro compiuto dal sistema per spingere verso l'esterno (l'ambiente) il fluido. Giunti a questo punto, vediamo ora di svolgere una classificazione delle varie macchine a flusso di massa. In prima approssimazione abbiamo:

1) scambiatori di calore i quali interagiscono con l'ambiente attraverso scambi di materia e di calore.



2) macchine operatrici che interagiscono con l'ambiente attraverso interazioni di materia e di lavoro utile. In particolare il lavoro d'albero è:

$$\dot{L_u} < 0$$

3) macchine motrici le quali, come le macchine operatrici, interagiscono con l'ambiente attraverso scambi di materia e di lavoro d'albero, ma in questo caso:

$$\dot{L_u} > 0$$

4) reattori che sono macchine le quali interagiscono solo attraverso scambi di materia. Se non avvengono reazioni chimiche all'interno di queste macchine, siamo di fronte a condotti di sezione variabile.

Scriviamo ora i vari bilanci per un reattore. Ricordandoci che essi non scambiano né calore né lavoro con l'ambiente si può scrivere:

$$\begin{cases} \frac{dm^A}{dt} = \dot{m}_1^{\leftarrow} - \dot{m}_2^{\rightarrow} = 0 \\ \frac{dE^A}{dt} = \dot{m}_1^{\leftarrow}(h_1 - h_2) = 0 \\ \frac{dS^A}{dt} = \dot{m}_1^{\leftarrow}(s_1 - s_2) + \dot{S}_{in} = 0 \end{cases}$$ (STATI STAZIONARI)

Quindi: $\dot{m}_1^{\leftarrow}(h_1 - h_2) = 0 \Rightarrow h_1 = h_2$

Siamo pertanto di fronte ad un processo isoentalpico. Un processo isoentalpico è un processo dove l'entalpia h è costante. Riconsideriamo ora la definizione di portata in massa. Abbiamo:

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt}$$

Supponiamo ora di avere a disposizione un fluido di forma cilindrica che attraversa un determinato condotto:

Indichiamo con w la velocità del flusso di massa, e con Ω l'area della sezione di tubo che attraversa.

Possiamo tranquillamente scrivere: $\Delta V = \Omega w \Delta t = \Omega \Delta x$. Pertanto:

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\rho \Delta V}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\rho \Omega w \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}}\right) = \rho \Omega w$$

dove ρ è la densità. Si ricordi che:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Indichiamo invece con $\dot{V} = \frac{dV}{dt}$ la portata volumetrica che si misura in m^3/h.

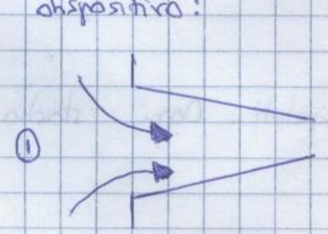
Supponiamo ora che la densità sia costante, e quindi possiamo scrivere:

$$\cancel{\rho_1}\Omega_1 w_1 = \cancel{\rho_2} w_2 \Omega_2 \qquad \text{con } \rho_1 = \rho_2$$

$$\Downarrow$$

$$\Omega_1 w_1 = \Omega_2 w_2 \Rightarrow w_2 = \frac{\Omega_1 w_1}{\Omega_2}$$

Si noti che abbiamo implicitamente supposto che il fluido sia incomprimibile. Sotto questa ipotesi, la velocità di tali mezzi aumenta quando diminuisce la sezione di passaggio del condotto e viceversa diminuisce quando aumenta tale sezione. Consideriamo ora il seguente dispositivo:



Chiamiamo questo dispositivo ugello.

In questo dispositivo la velocità di uscita è maggiore della velocità di ingresso. Formalmente si ha:

$$\Omega_1 > \Omega_2 \Rightarrow \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) > 1 \quad \text{e quindi:} \quad \frac{w_{r2}}{w_{r1}} > 1 \Rightarrow w_{r2} > w_{r1}$$

Viceversa, se abbiamo un dispositivo del seguente tipo:

Questo dispositivo prende il nome di diffusore.

In questo dispositivo, la velocità di ingresso del fluido è maggiore della velocità di uscita. Quindi si ha:

$$\Omega_2 > \Omega_1 \Rightarrow \frac{\Omega_2}{\Omega_1} > 1 \quad \text{e quindi:} \quad \frac{w_{r1}}{w_{r2}} > 1 \Rightarrow w_{r1} > w_{r2}$$

Abbiamo in precedenza parlato dell'entalpia generalizzata h^*. Per un processo isoentalpico generalizzato possiamo scrivere:

$$h_1^* - h_2^* = 0 \Rightarrow h_1^* = h_2^*$$

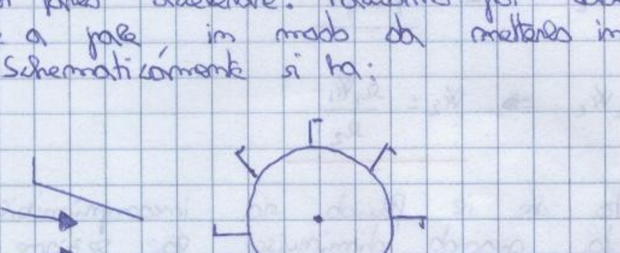
$$\Downarrow$$

$$\left(h_1 + \frac{w_{r1}^2}{2} + gz_1\right) = \left(h_2 + \frac{w_{r2}^2}{2} + gz_2\right)$$

Posto $z_1 = z_2$ visto che, sia per quanto riguarda un ugello che per quanto riguarda un diffusore, possiamo dire che il fluido si presenta alla medesima quota, abbiamo:

$$h_1 + \frac{w_{r1}^2}{2} = h_2 + \frac{w_{r2}^2}{2} \Rightarrow h_2 = \left(h_1 + \frac{w_{r1}^2}{2} - \frac{w_{r2}^2}{2}\right)$$

In sostanza, in un condotto convergente (ugello), l'entalpia di un fluido incomprimibile diminuisce. L'entalpia che se ne va serve per aumentare la velocità, cioè per produrre accelerazione. Consideriamo ora una macchina che produce lavoro meccanico. Supponiamo di avere in ingresso un fluido che facciamo passare attraverso un ugello per farlo accelerare. Facciamo poi cadere questo fluido su un girante, cioè su un rotore a pale in modo da metterlo in rotazione. Abbiamo così ottenuto una turbina. Schematicamente si ha:

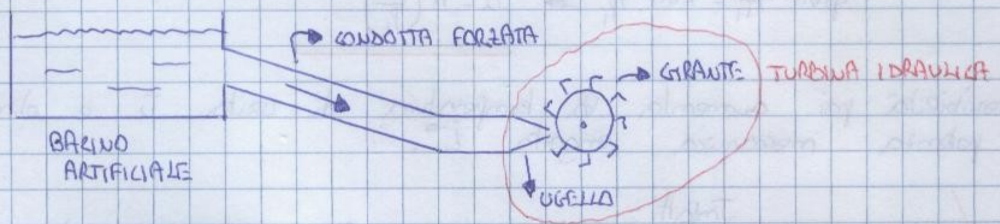


Quindi ogni turbina è composta da più stadi ripetuti. Ogni stadio è costituito da due parti:

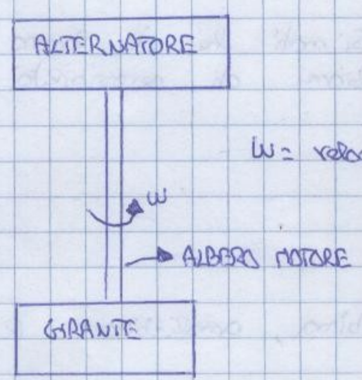
1) uno statore che accelera il fluido

2) un rotore che si prende parte dell'energia del fluido.

A seconda del tipo di fluido esistono turbine a gas, turbine idrauliche eccetera. Vediamo brevemente le turbine idrauliche. In breve le turbine idrauliche vengono utilizzate nelle centrali idroelettriche per produrre energia elettrica. Lo schema di funzionamento di una centrale idroelettrica è il seguente:



In breve l'acqua presente nel bacino artificiale fluisce nella condotta forzata. Questa viene accelerata nell'ugello in modo da colpire con più violenza le pale della girante facendo in modo che essa giri più velocemente possibile. Alla turbina è collegato un albero motore che trasmette il movimento rotatorio ad una macchina elettrica denominata alternatore la quale a sua volta produce corrente elettrica. Graficamente si ha:



ω = velocità angolare (di rotazione)

Esistono fondamentalmente tre tipi di turbine idrauliche:

1) turbina Pelton

2) turbina Francis

3) turbina Kaplan

Ognuna di queste turbine ha una propria caratteristica. Queste turbine vengono dette idrauliche in quanto il fluido utilizzato è l'acqua. Quando, come fluido, si utilizza il vapore le turbine prendono il nome di turbine a vapore. Tali turbine vengono usate per esempio nelle centrali termoelettriche, oppure nella propulsione navale. Detto ciò, scriviamo ora le equazioni di bilancio di una turbina:

$$\begin{cases} \dfrac{dm}{dt} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 = 0 \\ \dfrac{dE}{dt} = \dot{m}_1 (h_1 - h_2) - \dot{L}_u = 0 \\ dS/dt = \dot{m}_1 (s_1 - s_2) + \dot{S}_{in} = 0 \end{cases} \qquad \text{(STATI STAZIONARI)}$$