Parliamo ora della convezione naturale. Abbiamo già visto cosa è la convezione naturale. In questo tipo di convezione lo scambio termico che si presenta con il moto del fluido ha origine spontanea e non è impresso da un dispositivo meccanico. E' noto per esempio che se viene spenta la piastra elettrica di una cucina, essa si raffredda, fino a raggiungere la temperatura dell'aria circostante. Trascurando ora un possibile coinvolgimento dell'irraggiamento (che vedremo più avanti), quando la piastra calda è lambita da aria fredda, la sua temperatura superficiale si riduce, mentre lo strato di aria che lambisce la piastra si riscalda per effetto della conduzione. Quindi l'aria in contatto con la superficie della piastra ha una temperatura più elevata rispetto all'aria ambiente e pressione pari a quella dell'ambiente. Essa quindi avrà una massa volumica minore. Quindi l'aria calda è più "leggera" e tenderà a salire lasciando uno spazio che verrà occupato da aria più fredda e quindi più "pesante". Quindi in sostanza un gradiente di temperatura ha provocato un gradiente di densità dell'aria che, accoppiato con la forza gravitazionale, ha dato il via alla convezione naturale. Quindi la convezione naturale si ha quando sono presenti contemporaneamente un gradiente di densità e una forza volumica. Si noti che il gradiente della densità e il campo di forze non devono essere paralleli ed equiversi, altrimenti la convezione non si innesca. La convezione naturale ha ovviamente luogo anche quando la temperatura della superficie è inferiore alla temperatura del fluido circostante. Si noti che nella convezione naturale vale sempre:

STRATO LIMITE TERMICO < STRATO LIMITE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Anche qui vale:

$$\dot{Q} = hS\Delta T$$

e anche qui nasce poi il problema di trovare h. Si potrebbe usare direttamente il teorema di Buckingham, ma purtroppo 'u' è un parametro che non è sotto il nostro controllo. Quindi dobbiamo trovare un'altra strada. Usiamo in merito le forze di galleggiamento che sono responsabili del movimento di un volume di fluido di massa volumica ρ immerso in un fluido di massa volumica ρ_∞. Tali forze, per unità di volume, sono:

$$F_g = g(\rho_\infty - \rho)$$

dove g è l'accelerazione gravitazionale. Utilizzando il coefficiente di dilatazione termica si può scrivere:

$$\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \Rightarrow F_g = g\rho\beta\Delta T$$

In sostanza non abbiamo fatto altro che sviluppare in serie la funzione:

$$\rho = \tilde{\rho}(T)$$

e quindi ottenere:

$$\rho = \rho_\infty + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)(T - T_\infty) + \dots \Rightarrow \rho_\infty = \rho - \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$$

Quindi F_g è la nostra settima grandezza. Applichiamo ora il teorema di Buckingham e otteniamo:

$$\Pi_1 = Nu = \frac{hL}{K}$$

$$\Pi_2 = Pr = \frac{\mu c_p}{K}$$

$$\Pi_3 = Gr = \frac{\rho^2 \, d_\rho \, g \, (T - T_\infty) \, L^3}{\mu^2} = \frac{\rho \, d_\rho \, g \, (T - T_\infty)}{\mu^2 / \rho L^3} = \frac{F_{galleggiamento} / V}{F_{attrito\ viscoso} / V}$$

Gr prende il nome di numero di Grashoff. Quindi nel caso di convezione naturale non si possono prendere in considerazione le sole forze di inerzia e viscose, ma si deve tenere conto della spinta di galleggiamento verticale dovuta alle variazioni di massa volumica locale in seno al fluido. La relazione tra gruppi adimensionali cercata per la convezione naturale sarà quindi:

$$Nu = Nu(Gr, Pr)$$

Il numero di Grashoff ha, nel campo della convezione naturale, la stessa funzione del numero di Reynolds nella convezione forzata, essendo le forze di inerzia e le forze idrostatiche tra loro affini per quanto riguarda l'influenza sul moto dell'elemento di volume. Quindi il numero di Grashoff ci dice che, a parità delle forze di galleggiamento, il moto si instaura con più difficoltà in un fluido molto viscoso. Chiamiamo infine numero di Rayleigh la seguente espressione:

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

Quindi se:

- $Ra \leq 10^9 \longrightarrow$ regime laminare.
- $Ra \geq 10^9 \longrightarrow$ regime turbolento.

Vediamo ora un esempio chiarificatore. Vogliamo calcolare il coefficiente h per una parete verticale immersa in aria essendo note le temperature della parete $T_P = 60°C$, dell'aria $T_A = 20°C$ e l'altezza della parete $L = 0,5\ m$. Abbiamo:

$$T_F = \frac{T_P + T_A}{2} = 40°C$$ perchè le proprietà dell'aria vanno valutate alla temperatura di film.

Dalla tabella delle proprietà termofisiche dell'aria per $T = 40°C$ si ha:

$$\rho = 1,127\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 1,9 \cdot 10^{-5}\ Ns/m^2 \quad , \quad c_p = 1006\ J/kgK$$

$$k = 0,0266\ W/mK \quad , \quad Pr = 0,723 \quad , \quad \rho^2 g \beta / \mu^2 = 1,1033 \cdot 10^{8}\ m^{-3} K^{-1}.$$

Determiniamo il numero di Grashoff:

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L^3}{\mu^2} = \dots = 5,5165 \cdot 10^8$$

Determiniamo il numero di Rayleigh:

$$Ra = GR \cdot PR = 3{,}98843 \cdot 10^{8}$$

Siccome $Ra < 10^{9}$ ⇒ siamo in regime laminare. Se sperimentalmente si trova che:

$$Nu = 0{,}59\, Ra^{1/4} \Rightarrow h = \frac{Nu \cdot K}{L} = 4{,}1\ W/m^2K.$$

Analizziamo ora gli scambiatori di calore. Abbiamo già visto che sostanzialmente uno scambiatore di calore è un'apparecchiatura destinata a realizzare il trasferimento di potenza termica tra due correnti fluide a diversa temperatura. Esistono fondamentalmente due tipi di scambiatori:

1) scambiatori a equicorrente
2) scambiatori in controcorrente.

Innanzitutto negli scambiatori a contatto indiretto, il processo di scambio termico avviene per convezione nei fluidi e per conduzione nella parete solida di separazione. Con il termine di coefficiente globale di scambio termico (U) si usa indicare la conduttanza specifica totale, espressa in W/m^2K. Indichiamo poi con S la superficie nominale dello scambiatore. Consideriamo ora il seguente schema di uno scambiatore equicorrente:

$\begin{cases} C = \text{fluido caldo} \\ P = \text{fluido freddo} \end{cases}$

Abbiamo:

$$\begin{cases} \dot{Q} = C_c\,(T_{c_1} - T_{c_2}) \\ \dot{Q} = C_p\,(T_{p_2} - T_{p_1}) \end{cases}$$

dove $C_c = \dot{m}\, c_{pc}$ = capacità termica di portata del fluido caldo.

$C_p = \dot{m}\, c_{pp}$ = capacità termica del fluido freddo

Si noti che T_{p_1} e T_{c_1} sono le temperature del fluido freddo e del fluido caldo all'ingresso dello scambiatore, mentre T_{p_2} e T_{c_2} sono le temperature del fluido freddo e del fluido caldo all'uscita dello stesso. Si dimostra che, attraverso una serie di passaggi, si ottiene la seguente equazione fondamentale per uno scambiatore di calore:

$$\dot{Q} = US\, \frac{\left[(T_c - T_p)_2 - (T_c - T_p)_1\right]}{\ln \dfrac{(T_c - T_p)_2}{(T_c - T_p)_1}}$$

Quest'ultima la possiamo scrivere anche in questo modo:

$$\dot{Q} = US\, \Delta T_{ml} \quad \text{con} \quad \Delta T_{ml} = \frac{(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{\ln \dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

→ differenza di temperatura media logaritmica.

Le cose non cambiano per uno scambiatore in controcorrente.

(44)

Concludiamo questo corso discutendo l'irraggiamento. Come è già stato detto il trasferimento di energia termica per irraggiamento contrariamente alla conduzione e alla convezione non richiede la presenza di un mezzo materiale tra i sistemi interessati allo scambio termico. Il fenomeno fisico su cui si basa consente infatti di trasferire energia attraverso lo spazio vuoto come avviene per la radiazione solare. Tutti i corpi emettono energia per irraggiamento in relazione al proprio stato termico. A questo punto è importante distinguere tra un'emissione volumetrica caratteristica dei gas, e un'emissione superficiale caratteristica della maggior parte dei solidi e dei liquidi. In questi ultimi infatti la radiazione emessa dalle molecole interne è fortemente assorbita da quelle adiacenti, per cui la radiazione che proviene da un corpo solido o liquido è solo quella emessa dalle molecole che si trovano entro la distanza di 1 μm dalla superficie esposta. Sulla natura della radiazione termica sono possibili due interpretazioni:

1) interpretazione corpuscolare secondo la quale la radiazione si propaga per mezzo di fotoni o quanti di energia.

2) interpretazione ondulatoria secondo la quale la radiazione avviene sotto forma di onde elettromagnetiche.

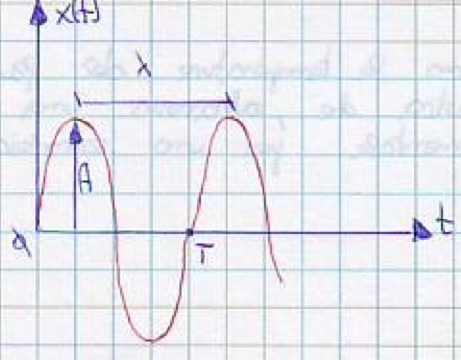
In entrambi i casi si può parlare di frequenza, che indicheremo con ν, della radiazione definita come:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

dove c è la velocità della luce nel mezzo. Si ricordi che nel vuoto si ha:

$$c \cong 3 \cdot 10^8 \ m/s.$$

λ è la lunghezza d'onda. Quindi consideriamo per esempio la seguente forma d'onda:



Definiamo periodo l'inverso della frequenza. Quindi:

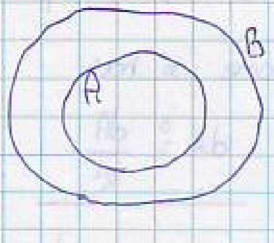
$$\nu = \frac{1}{T} = T^{-1}$$

L'unità di misura del periodo è il secondo, quella della frequenza è l'hertz (Hz).

A viene detta ampiezza dell'onda. Quindi l'irraggiamento è un meccanismo di trasporto dell'energia termica sempre attivo per $T > 0 K$, e in assenza di materia. Di solito il trasferimento di energia avviene attraverso onde elettromagnetiche. La misura della radiazione, sia essa emessa o riflessa o trasmessa o assorbita è basata sulla definizione di intensità della radiazione (I). Per essere più precisi si definisce intensità angolare monocromatica la quantità:

$$I_{\omega,\lambda} = \frac{dq}{dt \, dA_n \, d\lambda \, d\omega}$$

Essa rappresenta la potenza termica radiante, nell'intervallo di lunghezze d'onda $d\lambda$, per unità elementare normale dA_n, per unità di angolo solido $d\omega$. Vediamo di chiarire un po' meglio. Supponiamo di avere un corpo A in una cavità vuota B. Si ricordi che se la cavità è vuota non abbiamo né conduzione né convezione. Quindi:



Supponiamo che A e B siano rigidi. Sia poi:

$$\begin{cases} T_{A_1} = 100°C \\ T_{B_1} = 20°C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 \text{ è in SES} \\ B_1 \text{ è in SES} \end{cases}$$

Indichiamo poi con C il sistema complessivo, e cioè:

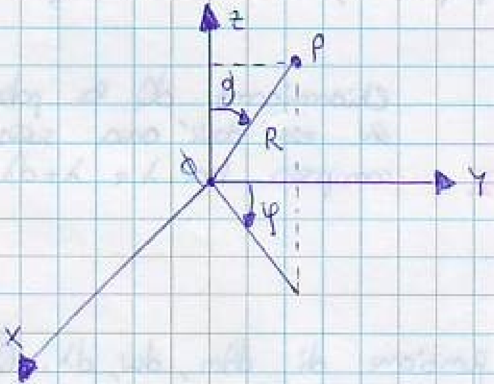
$$C = A \cup B \Rightarrow C_1 = A_1 \cup B_1 \qquad \text{e } C \text{ è in uno SNE}$$

Il sistema C è isolato. L'esperienza mostra che il sistema C evolverà da uno stato di non equilibrio ad uno stato di equilibrio stabile in cui $T_{A_1} = T_{B_1}$. Durante questo processo c'è stato un trasporto di energia da A a B per irraggiamento. In sostanza la radiazione termica è dovuta al fatto che gli elettroni più esterni degli atomi chiamati anche elettroni di valenza, saltano di livello acquisendo o cedendo energia in maniera quantizzata. Quindi la radiazione termica è una radiazione elettromagnetica. Siccome lo spettro delle radiazioni elettromagnetiche è più ampio di quello delle radiazioni termiche, si ha che una radiazione elettromagnetica che avviene nell'intervallo di spettro di lunghezze d'onda $\lambda = (10^{-1} \div 10^{2}\ \mu m)$ è una radiazione termica, perché causa una variazione di energia interna. Indichiamo due proprietà tipiche di una radiazione termica:

1) essa avviene per lunghezze d'onda $\lambda \in 10^{-1} \div 10^{2}\ \mu m$.
2) essa è direzionale.

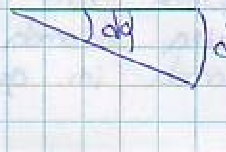
Vediamo ora alcune definizioni che ci torneranno utili. Nella seguente figura è rappresentato un punto con le sue coordinate sferiche:

COORDINATE SFERICHE.



dove: $\begin{cases} \theta = \text{angolo zenitale} \\ \varphi = \text{angolo azimutale} \end{cases}$

Definiamo poi il concetto di angolo piano e angolo solido. Un angolo piano è un angolo di questo tipo:



$$d\varphi \doteq \frac{d\ell}{R}$$

Tale angolo si misura in radianti.

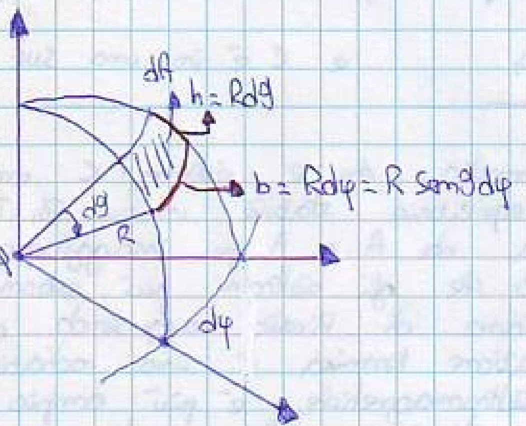
Un angolo solido invece è un angolo piano a tre dimensioni. Quindi:

dove dA = calotta sferica infinitesimale.

Per definizione si ha:

$$d\Omega \doteq \frac{dA}{R^2}$$

Questo tipo di angolo si misura in steradianti.
Vediamo ora il legame tra φ, ϑ, Ω. Consideriamo la seguente rappresentazione:

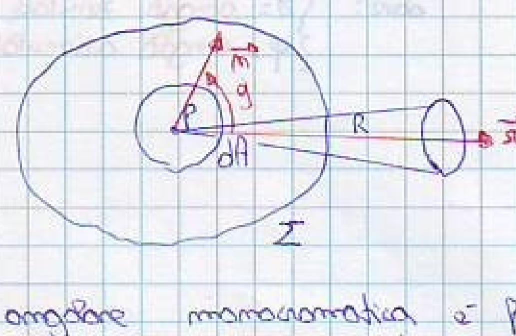


Quindi: $\begin{cases} dA = b \cdot h = R^2 \,\text{sen}\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi \\ d\Omega = \text{sen}\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi \end{cases}$

Quindi se abbiamo una superficie semisferica di questo tipo:

$$\Omega = \int_{semisfera} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \text{sen}\vartheta \, d\vartheta = 2\pi \text{ steradianti.}$$

Si ricordi che si usa l'integrale doppio perché stiamo calcolando il volume della superficie. Prendiamo ora un punto P sulla superficie, e un'area infinitesima dA attorno ad esso.



Chiamiamo dQ la potenza termica che esce dall'area sullo spettro compreso tra λ e $\lambda + d\lambda$.

Ecco che l'intensità angolare monocromatica è funzione di dA_n, $d\omega$, $d\lambda$. Quindi essa mi dice la quantità di energia che attraversa l'area dA nell'unità di tempo, entro certe lunghezze d'onda e che attraversa l'angolo solido $d\omega = d\Omega$. Si ricordi che la potenza termica si misura in Watt, e che il termine monocromatico significa che sto considerando la potenza termica emessa non in tutto lo spettro delle radiazioni termiche, ma solo nell'intervallo $\lambda \mapsto \lambda + d\lambda$. Quindi con monocromatico si intende il fatto che si considera una sola lunghezza d'onda per le onde (cioè si ha la generazione di un solo colore se l'onda in questione è la luce). Si noti che la precedente definizione di intensità angolare monocromatica è valida per mezzi assorbenti quali per esempio l'aria. Si noti che mentre nei mezzi partecipi l'intensità di radiazione monocromatica I_λ varia con la distanza, perché il mezzo in questione assorbe parte della radiazione, nei mezzi non partecipi invece I_λ non varia muovendosi lungo la direzione di osservazione. L'espressione dell'intensità può essere integrata rispetto a λ, o rispetto a ω, oppure rispetto ad entrambe dando luogo a:

$$I_\omega = \frac{dq}{dt\, dA_n\, d\omega} = \int_0^\infty I_{\omega,\lambda}\, d\lambda \longrightarrow \text{Intensità angolare integrale}$$

dove ss = emisfero sovrastante la superficie dA.

$$I_\lambda = \frac{dq}{dt\, dA_n\, d\lambda} = \int_{ss} I_{\omega,\lambda}\, d\omega \longrightarrow \text{Intensità emisferica monocromatica}$$

$$I = \frac{dq}{dt\, dA_n} = \int_{ss}\int_0^\infty I_{\omega,\lambda}\, d\lambda\, d\omega \longrightarrow \text{Intensità emisferica integrale}$$

I_ω fisicamente rappresenta la potenza compresa nell'intero spettro di lunghezza d'onda e nell'angolo solido unitario che lascia la superficie dell'areola elementare normale alla direzione di propagazione. I_λ fisicamente rappresenta la potenza monocromatica che lascia la superficie dell'areola nell'intero semispazio (cioè in tutte le direzioni dello spazio) che sta al di sopra di essa. I fisicamente rappresenta la potenza termica emergente dalla superficie elementare dA nella direzione Ω. Si può anche scrivere:

$$dA_n = dA \cos\vartheta$$

e la potenza termica uscente da dA è:

$$I = \int_{ss}\int_0^\infty I_{\omega,\lambda}\, d\lambda\, d\omega = \int_{ss} I_\omega \cos\vartheta\, d\omega = \frac{dq}{dt\, dA}$$

Ma:

$$dA_n/R^2 = d\omega \Rightarrow d\omega = \frac{R\,\text{sen}\vartheta\, d\vartheta\, R\, d\varphi}{R^2} = \text{sen}\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$$

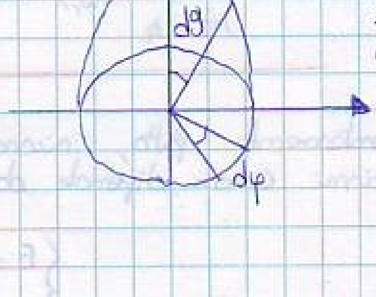
Quindi:

$$I = \int_{ss} I_\omega \cos\vartheta\, d\omega = \int_{ss} I_\omega \cos\vartheta\, \text{sen}\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$$

Se consideriamo ora una radiazione isotropa ovvero una radiazione indipendente dalla direzione Ω, si ottiene:

$$I = I_\omega \int_0^{\pi/2} \text{sen}\vartheta \cos\vartheta\, d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$\Downarrow$$



$$\begin{cases} 0 \le \vartheta \le \pi/2 \\ 0 \le \varphi \le 2\pi \end{cases}$$

$$\rightarrow \int_0^{\pi/2} \cos\vartheta\, \text{sen}\vartheta\, d\vartheta = \left[\tfrac{1}{2}\text{sen}^2\vartheta\right]_0^{\pi/2} = \tfrac{1}{2}$$

$$\rightarrow \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \Rightarrow \underline{I = \pi I_\omega}$$