

98

$$\underline{\epsilon_{s,p} = \frac{T_p}{T_c - T_p}} \rightarrow \text{efficienza isentropica di un frigorifero.}$$

$$\underline{\epsilon_p = \frac{q_c}{q_c + q_p}} \rightarrow \text{efficienza di una pompa}$$

$$\underline{\epsilon_{s,p} = \frac{T_c}{T_c - T_p}} \rightarrow \text{efficienza isentropica di una pompa di calore}$$

Detto ciò concludiamo questa prima parte del corso parlando dell'aria umida. Definiamo quindi questo concetto. Per **aria umida** intendiamo una miscela di gas (aria) e di vapore condensabile (vapore d'acqua). Questa miscela può essere omogenea oppure eterogenea e in quest'ultimo caso è presente anche la fase condensata del vapore. In particolare l'aria è trattata come un unico gas (ARIA SECA) quindi possiamo dire che:

$$\underline{\text{ARIA UMIDA} = \text{ARIA SECA} + \text{VAPORE D'ACQUA}}$$

Si noti che le masse molari dell'aria secca e del vapore sono rispettivamente:

$$M_{AS} = 28,96 \text{ kg/kmol}$$

$$\underline{M_V = 18 \text{ kg/kmol}}$$

Generalmente l'aria umida viene trattata come una miscela di gas ideali. Si noti inoltre che l'aria secca è incondensabile e quindi costituisce il componente costante nella miscela omogenea aria-vapore, mentre il vapore è il componente che può aumentare e in questo caso parliamo dell'**umidificazione** della miscela oppure può diminuire e in questo caso parliamo della **condensazione del vapore**. Si definisce **umidità assoluta**, e si indica con X_v , il seguente rapporto:

$$\underline{X_v = \frac{M_v}{M_A}}$$

Tale rapporto mostra la quantità in massa di aria secca e di vapore presente nella miscela. Si definisce **umidità relativa** che si indica con ϕ , la seguente espressione:

$$\underline{\phi = \frac{M_v}{M_{vs}}}$$

che mostra il rapporto tra la massa di vapore d'acqua contenuta nelle unità di volume della miscela e la massa di vapore d'acqua saturo M_{vs} che sarebbe contenuta nello stesso volume. La miscela si dice **saturo** quando $\phi = 1$.

Quindi ϕ è in realtà un numero compreso tra 0 e 1 ($0 \leq \phi \leq 1$).

Visto che inizialmente abbiamo ipotizzato che la miscela fosse una miscela di gas perfetti, segue che:

$$\phi = \frac{P_r}{P_{rs}} = \frac{P_r}{P_{rs}}$$

NB: ϕ è una misura di quanto siamo lontani dalla saturazione.

e valgono inoltre le seguenti espressioni:

$$X_r = 0,622 \frac{P_r}{P_t - P_r} = 0,622 \frac{\phi P_{rs}}{P_t - \phi P_{rs}}$$

dove P_t è la pressione totale della miscela. Dimostriamo la precedente relazione:

$$m = \frac{m_s}{M} \Rightarrow m_i = M_i \frac{P_i V}{RT} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m_A = M_A \frac{P_A V}{RT} \\ m_r = M_r \frac{P_r V}{RT} \\ m_{rs} = M_{rs} \frac{P_{rs} V}{RT} \end{cases}$$

Quindi si può scrivere:

$$\phi = \frac{P_r}{P_{rs}} = \frac{m_r RT / P_r V}{m_{rs} RT / P_{rs} V} = \frac{P_r}{P_{rs}}$$

Per una miscela eterogenea, è utile definire le seguenti quantità:

- X_L = contenuto in acqua definito come il rapporto tra la massa m_L di acqua e la massa m_A di aria secca contenute nelle unità di volume della miscela. Quindi formalmente si scrive:

$$X_L = \frac{m_L}{m_A}$$

- X_S = contenuto in ghiaccio definito come il rapporto tra la massa m_S di ghiaccio e la massa m_A di aria secca contenute nelle unità di volume della miscela. Perciò:

$$X_S = \frac{m_S}{m_A}$$

- X = contenuto in H_2O definito come il rapporto tra la massa m_{H_2O} di H_2O e la massa m_A di aria secca contenute nelle unità di volume della miscela.

$$X = \frac{m_{H_2O}}{m_A}$$

Le quantità appena elencate sono legate tra loro in questo modo:

$$X = X_{vs} + X_L + X_S$$

che esprime un bilancio in massa per le sole componenti acqua in fase gassosa, liquida e solida. Possiamo, a questo punto, anche scrivere:

$$P_v = \frac{x}{x + 0,622} P_t$$

Essendo l'aria umida un sistema a pressione costante, e come ragionare in termini di Enthalpia. Quindi:

$$H = H_A + H_v = m_A h_A + m_v h_v$$

In generale si ha:

$$H_{MISCELA} = \sum H_{COMPONENTI}$$

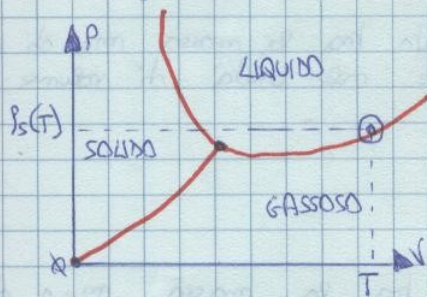
Definiamo ora la **temperatura di rugiada** che indichiamo con T_R dell'aria umida quella temperatura di saturazione del vapore d'acqua corrispondente alla sua pressione parziale P_v . Cioè:

$$T_R = T_S(P_v)$$

In altri termini, la temperatura di rugiada è la temperatura di una miscela saturata in cui il vapore ha una pressione $P_{vs} = P_v$. Si noti che le termine "rugiada" deriva dal fatto che in un raffreddamento isobaro, cioè in un raffreddamento dove:

$$P = \text{costante} \Rightarrow \text{se } P_v = x_v P \Rightarrow P_v = \text{costante} \text{ essendo } x_v = \text{costante}$$

ad umidità assoluta costante il vapore inizia a condensare quando la miscela raggiunge la temperatura T_R . Si noti che la pressione di saturazione può essere ricavata guardando il seguente grafico:



Si noti che $P_v > P_s(T)$ non è possibile perché quando la pressione supera $P_s(T)$ parte del vapore condensa e scende la concentrazione del vapore stesso e quindi anche P_v , nella fase gassosa.

Si definisce **temperatura di saturazione** che indichiamo con T_s dell'aria umida la temperatura a cui la miscela diventa saturata attraverso un processo di **umidificazione isentalpica** cioè attraverso un processo di umidificazione che avviene in modo adiabatico e isobaro. Vediamo un esempio: raddoppio calore la temperatura di rugiada T_R di un'aria umida costituita da vapore per il 20% in volume e da aria secca per il 80% in volume e condensata alla pressione $P = 1013$ e della temperatura $T = 35^\circ\text{C}$. Abbiamo:

$$P_{vs}(T_R) = P_v(T)$$

Si come consideriamo l'aria umida come una miscela di gas ideali abbiamo:

$$P_v = \frac{V_v}{V_v + V_A} \cdot P = 2 \text{ bar} \rightarrow P_{vs}(T_R) = 2 \text{ bar}$$

Dalle proprietà dell'acqua a saturazione abbiamo:

$$T_R = 120^\circ\text{C}$$

Quindi per una miscela di aria e vapore omogenea, l'entalpia e l'entropia sono:

$$\begin{cases} H = m_A h_A + m_v h_v \\ S = m_A s_A + m_v s_v \end{cases}$$

Dividendo ora ambo i membri per la massa di aria secca si ottengono l'entalpia e l'entropia specifiche della miscela per unità di massa di aria secca:

$$\begin{cases} h^* = h_A + X_v h_v \\ s^* = s_A + X_v s_v \end{cases}$$

Poiché si è ipotizzato che l'aria e il vapore si comportino come gas perfetti, la relazione per l'entalpia specifica diviene:

$$h^* = c_{pA} T + X_v (h_{eA} + c_{pR} T)$$

Nel caso in cui la miscela fosse invece eterogenea, cioè se fossimo nel caso di ARIA - VAPORE - ACQUA - GHIACCIO, la relazione per l'entalpia specifica diventerebbe:

$$h^* = c_{pA} T + X_v (h_{eA} + c_{pR} T) + X_L c_{pL} T + X_S (h_{eS} + c_{pS} T)$$

Introduciamo ora i valori medi dei calori specifici ed i valori delle entalpie di transizione di fase (h_{if}) alla temperatura di riferimento $T = 0^\circ\text{C}$, e otteniamo:

$$h^* = 0,24 T + X_v (597,5 + 0,45 T) + X_L T + X_S (29,9 + 0,9 T) \text{ kcal/kg}_{\text{AS}}$$

Spesso, invece di usare tali relazioni oppure delle tabelle, si usano i **diagrammi di Mollier** per l'aria umida. Se altro non è che un diagramma nelle variabili x e h^* . Si ricordi in particolare che:

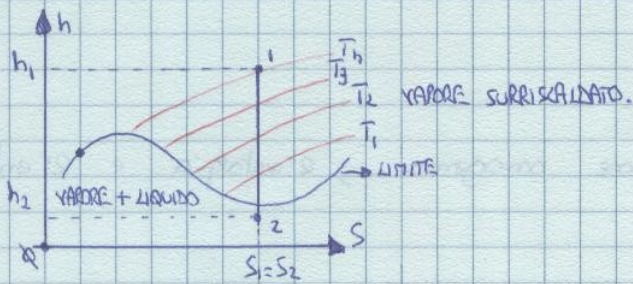
$\underline{X} \equiv X_v \rightarrow$ per i sistemi omogenei

$\underline{X} \equiv X_{vS} + X_L \rightarrow$ per i sistemi eterogenei di acqua-vapore saturo

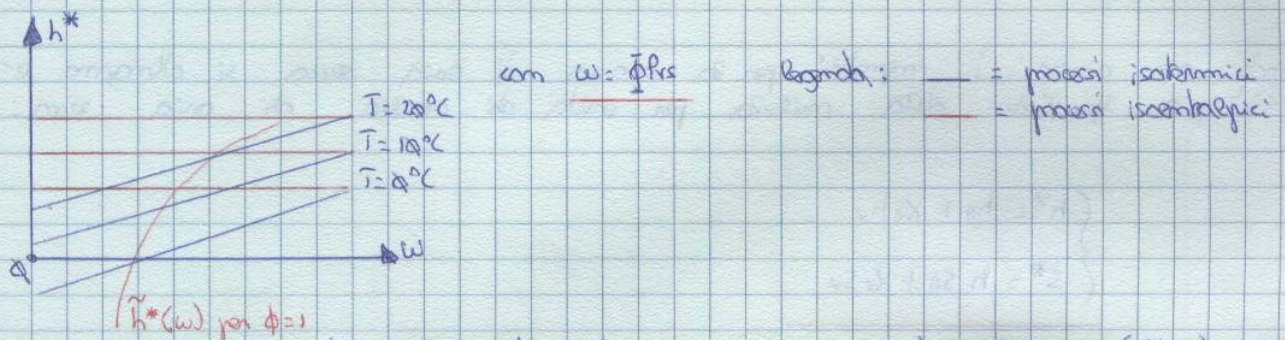
$\underline{X} \equiv X_{vS} + X_L + X_S \rightarrow$ per i sistemi eterogenei di acqua-vapore saturo-ghiaccio.

9h

Principio brevemente dei diagrammi di Mollier. Tali diagrammi hanno sulle asisse i valori dell'entropia S del vapore d'acqua e sulle ordinate i valori della entalpia h . In ogni coppia di valori (h, S) esiste un ben determinato stato del vapore.



Possiamo però rappresentare il diagramma di mollier anche in questo modo:



Quindi possiamo vedere il diagramma di Mollier come un diagramma (h^*, w) . La curva di equazione:

$$h^* = \tilde{h}^*(w)$$

per $\phi=1$ divide il piano in due parti:

1) $\phi < 1 \Rightarrow$ in questo caso l'aria non è saturata. Quindi, poiché il vapore non basta nemmeno per saturare l'aria, non c'è una fase condensata. Perciò gli stati corrispondenti a questi punti sono omogenei. Quindi per:

$\phi < 1 \Rightarrow$ NON C'È SATURAZIONE.

2) $\phi > 1 \Rightarrow$ in questo caso siamo nella regione delle nebbie, e i punti corrispondenti (stati) hanno l'aria saturata di acqua liquida.

Si noti infine che i processi legati all'aria umida sono tutti processi irreversibili.

Vediamo ora degli esempi. Supponiamo di voler determinare l'umidità assoluta di un'aria umida caratterizzata dalla pressione $P = 1 \text{ atm}$ e dalla temperatura $T = 20^\circ\text{C}$ e dall'umidità relativa $\phi = 0,6$. Abbiamo:

$$X_v = 0,622 \frac{P_v}{P_t - P_v} \Rightarrow X_v = 0,622 \frac{\phi P_{vs}}{P_t - \phi P_{vs}}$$

Utilizzando le tabelle dell'acqua a saturazione alla temperatura $T = 20^\circ\text{C}$ si ha che:

$$P_{vs} = 23,4 \text{ mbar} \Rightarrow X_v = 0,622 \frac{0,6 \cdot 23,4}{1013 - 0,6 \cdot 23,4} = 0,00874$$

Vediamo ora determinare l'umidità relativa di un'aria umida caratterizzata dalla pressione $P = 1 \text{ atm}$, dalla temperatura $T = 20^\circ\text{C}$ e dall'umidità assoluta $X_v = 0,005 \text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$. Abbiamo:

$$\phi = \frac{P_v}{P_{vs}} = \frac{X_v}{X_v + 0,622}$$

Potete anche tabele dell'acqua a saturazione si ha che per $T = 20^\circ\text{C}$, $P_{vs} = 23,4 \text{ mbar}$, si ottiene:

$$\phi = \frac{0,005}{0,005 + 0,622} = 0,008$$

Concludiamo ora con quest'ultimo esempio. Una massa di aria umida caratterizzata dalla pressione $P_1 = 1 \text{ atm}$, dalla temperatura $T_1 = 20^\circ\text{C}$ e dall'umidità relativa $\phi_1 = 60\%$ viene compressa fino a raggiungere uno stato 2 caratterizzato dalla pressione $P_2 = 5 \text{ atm}$ e dalla temperatura $T_2 = 30^\circ\text{C}$. Calcolare l'umidità relativa nello stato 2 e la massa di acqua eventualmente condensata. Immunità

$$X_{v1} = 0,622 \frac{\phi_1 P_{vs1}}{P_1 - \phi_1 P_{vs1}} = 0,00874 \text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$$

Nello stato 2, abbiamo:

$$X_{v2} = 0,622 \frac{\phi_2 P_{vs2}}{P_2 - \phi_2 P_{vs2}} = 0,00658 \text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$$

A questo punto, per calcolare la quantità di acqua condensata, basta scrivere:

$$X_{v1} - X_{v2} = 0,00874 - 0,00658 = 0,00216 \text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$$

L'umidità relativa nello stato 2 è:

$$\phi_2 = 1 \rightarrow \text{MISCELA SATURA.}$$

Infatti, $X_{v1} > X_{v2}$ perché la massa di vapore presente nello stato iniziale non potrà mai essere condensata per intero nella miscela nello stato finale.