Quindi in condizioni stazionarie l'intensità di corrente è la stessa attraverso ogni sezione del conduttore. Un esempio è la legge di Kirchhoff delle correnti:

$$\sum_K I_K = 0$$

$$I_3 = I_1 + I_2$$

La corrente che entra in un nodo è uguale alla corrente che esce dal nodo stesso.

Un nodo è un punto di incontro di più cammini in un circuito. Quindi chiamiamo correnti stazionarie quelle correnti che rimangono costanti nel tempo. Vediamo anche la legge di Kirchhoff delle tensioni la quale afferma che in una maglia, cioè in un cammino chiuso, la somma algebrica delle tensioni è zero.

$$\sum_K V_K = 0$$

Definiamo ora anche la velocità di deriva come:

$$\vec{V_d} = -\frac{e\tau}{m}\vec{E}$$

Essa è dunque proporzionale al campo stesso. Indichiamo con σ:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \rightarrow \text{conducibilità.}$$

La conducibilità è una grandezza caratteristica del materiale. Quindi si ha:

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \rightarrow \text{legge di Ohm della conduzione elettrica}$$

Questa legge stabilisce il rapporto tra la densità di corrente $\vec{J}$ e il campo elettrico $\vec{E}$ applicato. Molto spesso si scrive anche:

$$\vec{E} = \rho\vec{J}$$

dove: $\rho = \frac{1}{\sigma}$ ed è la resistività del conduttore.

La potenza spesa per mantenere in moto la carica con una forza $\vec{F} = e\vec{E}$ è:

$$P = \vec{F}\cdot\vec{V_d} = e\vec{E}\cdot\vec{V_d} \Rightarrow P_J = \sigma E^2 = \rho J^2$$

Abbiamo visto che: $\vec{J} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma\vec{E}$. Ma: $i = J\Sigma = \frac{\Sigma}{\rho}E \Rightarrow E = \frac{\rho}{\Sigma}i$
Però:

$$V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot h \Rightarrow V = \frac{\rho h}{\Sigma}i$$

Chiamiamo resistenza del conduttore la seguente grandezza: $R = \frac{\rho h}{\Sigma}$

Quindi:

$V = R \cdot i$ → legge di ohm generalizzata

Se la sezione del conduttore è variabile, per un tratto lungo dh e di sezione Σ scriviamo:

$$-dV = E \cdot dS = \rho \frac{dh}{\Sigma} i$$

$$\Downarrow$$

$$R = \int_A^B \rho \frac{dh}{\Sigma}$$

Si ricordi che l'intensità di corrente è la stessa in ogni sezione. Pertanto in regime stazionario, il rapporto tra la d.d.p. e l'intensità di corrente è pari alla resistenza di un conduttore. Chiamiamo conduttanza la seguente grandezza:

$$G = 1/R = R^{-1}$$

Quindi:

$$G = \frac{\Sigma}{\rho h} = \frac{\delta \Sigma}{h}$$

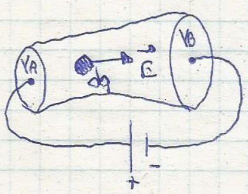
L'unità di misura di R è $\Omega = V/A$, e di G è il siemens. Abbiamo poi anche parlato della potenza. Si ha:

$$dP = \rho j \Sigma dh = \rho \frac{i^2}{\Sigma^2} \Sigma dh = \rho \frac{dh}{\Sigma} i^2$$

Per un conduttore di lunghezza finita si ha:

$$P = i^2 \int_A^B \rho \frac{dh}{\Sigma} \Rightarrow P = R \cdot i^2$$

La potenza si misura in Watt. Consideriamo ora una carica dq che si muove attraverso la d.d.p. $V = V_A - V_B$. Per questo spostamento si ha:



$$dL = V dq = V \cdot i \, dt$$

$$\Downarrow$$

$$P = \frac{dL}{dt} = V \cdot i$$

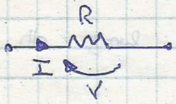
Possiamo quindi anche scrivere:

$$P = R \cdot i^2 = \frac{V^2}{R}$$

Integrando:

$$L = \int_0^t P dt = \int_0^t R \cdot i^2 dt \Rightarrow L = R \cdot i^2 t$$

Chiamiamo effetto Joule quell'effetto che si ha quando un conduttore percorso da corrente si riscalda. Conduttori ohmici caratterizzati da un determinato valore della resistenza vengono chiamati resistori. Il loro simbolo circuitale è il seguente:

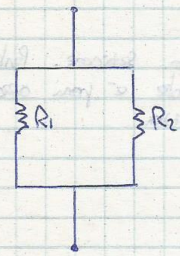


Essi possono essere collegati in un circuito in due modi:

1) serie:

$R_{eq} = R_1 + R_2$ In generale: $R_{eq} = \sum_i R_i$

2) parallelo



$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ In generale: $R_{eq} = \sum_i \frac{1}{1/R_i}$

Abbiamo visto che: $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = R \cdot i$.

Per un circuito chiuso vale:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = R_T \cdot i$$

dove R_T è la resistenza totale del circuito. Si noti che non è un campo conservativo quello che fa circolare la corrente nel circuito. La sorgente di f.e.m deve avere al suo interno una forza di natura non elettrostatica, non conservativa. Quindi all'interno della sorgente ci sono:

$\vec{E}^*$ = campo elettromotore non conservativo.

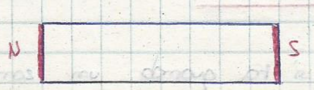
Quindi: $\vec{E} = \vec{E}^* + \vec{E}_{el}$.

All'esterno del generatore $\vec{E}^*$ è nullo. Quindi:

$$\int_A^B (\vec{E}^* + \vec{E}_{el}) \, d\vec{s} = R \cdot i$$

Quando $i = 0$ si ha: $\vec{E}^* + \vec{E}_{el} = 0 \Rightarrow V_A - V_B = Ri = \mathcal{E} - Ri = \mathcal{E}$

Chiamiamo magnetite quel materiale che attira la limatura di ferro. I magneti sono quei componenti in cui si manifesta questo fenomeno e le punti in cui avviene ciò vengono detti poli del magnete. Esistono poli positivi e poli negativi, e su un magnete esistono sempre due poli di segno opposto:



N = POLO NORD (+)
S = POLO SUD (−)

Anche in questo caso si può enunciare la legge di Coulomb per l'interazione magnetica tra due poli. Essa è:

$$F = K_m \frac{q_1^* q_2^*}{R^2}$$

dove q_1^* e q_2^* sono masse magnetiche e K_m è una costante che esprime l'intensità dell'azione magnetica. Si noti che non può esistere un polo magnetico isolato. I poli magnetici sembrano esistere a coppie, di egual valore e segno opposto. Essi si manifestano come ~~dipolo~~ dipolo magnetico. Chiamiamo campo magnetico quel campo generato da un sistema di cariche in moto. Esso viene indicato con il simbolo $\vec{B}$. Per ora consideriamo fenomeni magnetici nel vuoto e stazionari cioè che il campo magnetico è costante nel tempo.
La rappresentazione grafica di $\vec{B}$ viene fatta usando le linee di forza. Mentre le linee di forza del campo elettrico partono e terminano sulle cariche elettriche, quelle del campo magnetico non godono di questa proprietà. Consideriamo una superficie chiusa Σ che contiene al suo interno un magnete. Siccome, data la struttura dipolare, la somma delle masse magnetiche è sempre nulla, si ha:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma = 0$$

e cioè il flusso del campo magnetico attraverso una qualsiasi superficie chiusa è nullo. In termini locali la divergenza del campo magnetico è sempre nulla:

$$\mathrm{Div}\, \vec{B} = \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

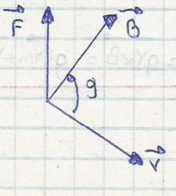
Il campo magnetico $\vec{B}$ è solenoidale. Quindi:

$$\int_{\Sigma_1} \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma_1 = \int_{\Sigma_2} \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma_2 = \dots = \int_{\Sigma_n} \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma_n$$

Sapendo inoltre che non esistono masse magnetiche isolate si può concludere dicendo che le linee di forza del campo magnetico $\vec{B}$ sono linee chiuse, senza ne inizio ne fine. Consideriamo ora una particella di massa m e carica q posta in un campo magnetico $\vec{B}$. Se la particella è in moto con velocità v, allora su di essa agirà una forza detta forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

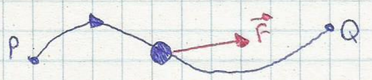
In modulo si ha: $F = qvB \operatorname{sen} \vartheta$. Si noti che:



Se $\vartheta = 0$ o $\vartheta = \pi$ la forza è nulla. La forza è massima quando:

$$\vartheta = \pi/2 .$$

Consideriamo:



La forza è sempre ortogonale alla velocità. Quindi:

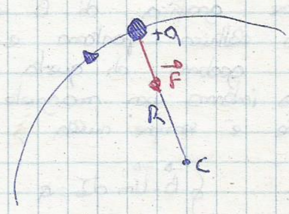
$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_Q^2 - \frac{1}{2} m v_P^2 = L = \int_P^Q F \cdot ds = 0$$

La forza di Lorentz non compie lavoro sulla particella, e quindi l'energia cinetica di quest'ultima non varia. Per questo motivo è meglio usare la dizione di linee di campo piuttosto che linee di forza. Per $\vartheta = \pi/2$ si ha:

$$\sin\vartheta = 1 \Rightarrow F = qvB = m a_n = m \frac{v^2}{R}$$

Perciò:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} \rightarrow \text{raggio di curvatura}$$



Si noti che R è costante. Quindi la traiettoria è un arco di circonferenza. Il moto è circolare uniforme con velocità angolare:

$$\omega = v/R = \frac{qB}{m}$$

In termini vettoriali:

$$q\vec v \times \vec B = m\vec\omega \times \vec v = -m\vec v \times \vec\omega$$

$$\Downarrow$$

$$\vec\omega = -\frac{q}{m}\vec B$$

La velocità angolare è sempre parallela a $\vec B$. Se $q<0 \Rightarrow \vec\omega$ ha lo stesso verso di $\vec B$, mentre se $q>0$, $\vec\omega$ è opposta a $\vec B$. Il periodo del moto è:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} \quad \text{e} \quad \nu = \frac{1}{T} = T^{-1} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$$

Quindi la definizione operativa di $\vec B$ è:

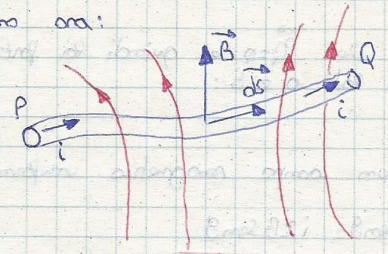
$$B = \frac{mv}{qR}$$

Quando ϑ è generico, si ha: $\vec v$: $v_n = v\sin\vartheta$ (ortogonale a $\vec B$), $v_p = v\cos\vartheta$ (parallela a $\vec B$) $\Rightarrow \vec F = q\vec v \times \vec B = q(\vec v_n + \vec v_p) \times \vec B = q\vec v_n \times \vec B$

Quindi:

$$R = \frac{m v_n}{qB} = \frac{m v \sin\vartheta}{qB}$$

Consideriamo ora:



La corrente elettrica in un conduttore è dovuta al moto degli elettroni sotto l'azione del campo elettrico applicato tramite un generatore. Quando il conduttore percorso da corrente è immerso in un campo magnetico a ciascun elettrone è applicata la forza di Lorentz:

$$\vec{F_L} = -e\vec{v_d} \times \vec{B}$$

In un tratto di conduttore lungo ds e di sezione Σ sono contenuti $n\Sigma ds$ elettroni e quindi:

$$d\vec{F} = n\Sigma ds \vec{F_L} = (-\Sigma ds) ne\vec{v_d} \times \vec{B} = \Sigma ds \vec{J} \times \vec{B}$$

La forza agente per unità di volume è:

$$\vec{F_J} = \vec{J} \times \vec{B}$$

Quindi: $d\vec{F} = i d\vec{s} \times \vec{B}$ → seconda legge elementare di Laplace.

Questa legge esprime il fatto che la forza magnetica su un tratto infinitesimo di filo percorso da corrente è ortogonale al filo e al campo magnetico ed è orientata rispetto a $d\vec{s}$ e $\vec{B}$ secondo la regola della vite. In modulo:

$$dF = iB\,ds\,\text{sen}\,\theta$$

Su un tratto di lunghezza finita si ha:

$$\vec{F} = i\int_P^Q d\vec{s} \times \vec{B} \quad \text{se la corrente è stazionaria.}$$

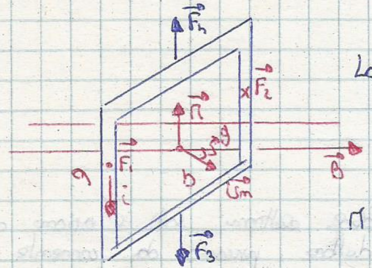
Un conduttore è filiforme se $\vec{B}$ è lo stesso in ogni punto. Anche se $P \equiv Q$ la forza in generale è diversa da zero. Supponiamo ora che il campo magnetico sia uniforme, e che il filo conduttore sia rettilineo.

$$\vec{F} = i\int_P^Q d\vec{s} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (F = iLB\,\text{sen}\,\theta)$$

dove L è la lunghezza del conduttore. Se il conduttore è curvilineo, ma sta su un piano è facile verificare che:

$$\vec{F} = i\int_P^Q d\vec{s} \times \vec{B} = i\,\vec{PQ} \times \vec{B}$$

In quest'ultimo caso se la linea è chiusa si ha che $\vec{PQ}=0$ e quindi la forza risulta nulla. Consideriamo ora una spira rettangolare di lati 'a' e 'b':



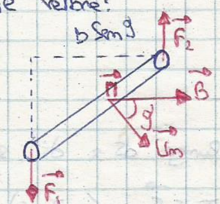
La spira è immersa in un campo magnetico uniforme.

$$M = b\,\text{sen}\,\theta\, F = iabB\,\text{sen}\,\theta = i\Sigma B\,\text{sen}\,\theta$$

M è il momento della coppia.

Definiamo momento magnetico della spira il vettore:

$$\vec{m} = i\Sigma\vec{u}_n$$



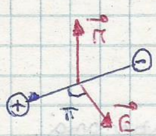
Quindi il momento meccanico $\vec{M}$ è:

$$\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B} = i\Sigma\vec{u}_n\times\vec{B}$$

Si noti che se $\vec{m}$ è parallelo a $\vec{B}$ il momento M risulta nullo. Per $\theta=0$ si ha quindi un equilibrio stabile, se $\theta=\pi$ si ha un equilibrio instabile. Il momento $\vec{M}$ fa quindi ruotare la spira. Il principio di equivalenza di Ampère afferma che una spira piana di area $d\Sigma$ percorsa dalla corrente i equivale agli effetti magnetici a un dipolo elementare di momento magnetico:

$$d\vec{m} = i\,d\Sigma\,\vec{u}_n$$

perpendicolare al piano della spira e orientato rispetto al verso della corrente secondo la regola della vite.



Quindi anche per il dipolo magnetico si può definire l'energia potenziale come:

$$U_p = -\vec{m}\cdot\vec{B} = -mB\cos\theta = -i\Sigma B\cos\theta$$

$$\Downarrow$$

$$M = -\frac{dU_p}{d\theta} = -mB\,\text{sen}\,\theta$$

I risultati appena visti possono essere generalizzati. Consideriamo una superficie o meglio un circuito C percorso dalla corrente i e una qualsiasi superficie Σ che abbia C come