Quindi:

$$E = 2\rho \operatorname{sen} \theta/2$$

In particolare $E_{max} = \rho d$ corrisponde all'ampiezza massima che si osserva al centro dello schermo. Possiamo quindi anche scrivere:

$$E_R = p(\theta)\, E_{max} \frac{\operatorname{sen}\theta/2}{\theta/2}$$

$p(\theta)$ viene chiamato fattore di inclinazione. Quindi possiamo anche scrivere:

$$I(\theta) = I_{max}\, p^2(\theta) \left(\frac{\operatorname{sen}\theta/2}{\theta/2}\right)^2 = I_{max}\, p^2(\theta)\left(\frac{\operatorname{sen}\frac{\pi a \operatorname{sen}\theta}{\lambda}}{\frac{\pi a \operatorname{sen}\theta}{\lambda}}\right)^2$$

L'intensità trasmessa dalla fenditura si annulla nei minimi di diffrazione:

$$\frac{\pi a \operatorname{sen}\theta}{\lambda} = m\pi \quad , \quad \operatorname{sen}\theta = m\frac{\lambda}{a} \quad \text{con} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

I primi minimi a sinistra e a destra del massimo centrale si hanno per $\operatorname{sen}\theta = \pm \lambda/a$ e la quantità:

$$\Delta(\operatorname{sen}\theta) = \frac{2\lambda}{a}$$

si chiama larghezza angolare del massimo centrale di diffrazione. Tra due minimi di intensità esiste un massimo secondario:

$$\frac{\pi a \operatorname{sen}\theta}{\lambda} = (2m'+1)\frac{\pi}{2} \quad , \quad \operatorname{sen}\theta = (2m'+1)\frac{\lambda}{2a} \quad \text{con} \quad m' = 1, 2, 3, \dots$$

L'intensità dei massimi secondari è:

$$\frac{I_{m'}}{I_{max}} = \frac{1}{\left[(2m'+1)\frac{\pi}{2}\right]} \cong \frac{0,4}{(2m'+1)^2}$$

Quando l'apertura attraverso cui facciamo passare l'onda piana incidente è circolare, la figura di diffrazione consta di un disco luminoso centrale. In particolare si trova che l'angolo a cui cade il primo minimo di intensità corrisponde al bordo del disco centrale della figura di diffrazione ed è:

$$\operatorname{sen}\theta = 1,22\frac{\lambda}{D} = 0,61\frac{\lambda}{R}$$

In molte applicazioni si ha che $\lambda \ll D$ e quindi:

$$\theta = 1,22\frac{\lambda}{D} = 0,61\frac{\lambda}{R}$$

Vediamo ora le caratteristiche salienti dell'intensità trasmessa da un reticolo di diffrazione:

1) I massimi principali si hanno lungo le direzioni:

$$\operatorname{sen}\vartheta_m = m\frac{\lambda}{d} \quad \text{con } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

2) La distanza angolare tra un massimo principale e un minimo ad esso adiacente è:

$$\Delta(\operatorname{sen}\vartheta) = \frac{\lambda}{Nd} = \frac{\lambda}{L} \qquad L = \text{larghezza del reticolo.}$$

3) La larghezza angolare di un massimo principale è:

$$\Delta\vartheta_m = 2\Delta\vartheta = \frac{2\lambda}{L\cos\vartheta_m} = \frac{2\lambda}{Nd\cos\vartheta_m}$$

4) L'intensità della frangia centrale $(m=0)$ aumenta proporzionalmente a N^2. L'intensità degli altri massimi è invece ridotta, e quindi:

$$(m \neq 0) \Rightarrow R_m = \frac{I_{max}(m)}{I_{max}(m=0)} = \left[\frac{\operatorname{sen} m\pi a/d}{m\pi a/d}\right]^2$$

Chiaramente se la sorgente che illumina il reticolo non emette luce monocromatica, le differenti lunghezze d'onda producono massimi principali a angoli diversi. Solo il massimo di ordine zero si forma per $\vartheta = 0$. Questa dipendenza dell'angolo di formazione dei massimi dalla lunghezza d'onda si chiama dispersione angolare. Date poi due onde monocromatiche le cui lunghezze d'onda differiscono di $d\lambda$, i due massimi principali dello stesso ordine si formano a due angoli che differiscono di $d\vartheta$. Si definisce potere dispersivo di un reticolo la grandezza:

$$D = \frac{d\vartheta}{d\lambda} = \frac{1}{d}\frac{m}{\cos\vartheta_m}$$

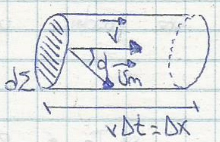
Esso aumenta al diminuire del passo del reticolo cioè della distanza tra le fenditure, e all'aumentare dell'ordine dello spettro. Il potere risolutivo di un reticolo invece si definisce così:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \qquad \text{dove } m \text{ è l'ordine del reticolo}$$

Quindi il potere risolutivo risulta essere proporzionale al numero totale di fenditure e aumenta con l'ordine dello spettro, ma non dipende dal passo del reticolo.

APPROFONDIMENTI:

Consideriamo il seguente cilindro:



Indichiamo con U l'energia potenziale. Abbiamo che la densità di energia potenziale è data da:

$$u = \frac{dU}{d\tau}$$

Con τ indichiamo il volume del cilindro. Quindi:

$$\tau = \Sigma \cdot x \Rightarrow d\tau = d\Sigma \cdot dx \quad \text{con } dx = v\,dt$$

Quindi possiamo scrivere:

$$u = \frac{dU}{d\tau} = \frac{dU}{d\Sigma\, v\, dt} \Rightarrow u\, d\Sigma\, v\, dt = dU$$

Contando anche l'angolo si ha: $dU = u\, v \cos\vartheta\, d\Sigma\, dt$. Ma l'energia potenziale u è per definizione data da:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \Rightarrow dU = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 v \cos\vartheta\, d\Sigma\, dt$$

Il campo elettrostatico è però conservativo e quindi il lavoro è pari alla variazione di energia potenziale cambiata di segno. Quindi:

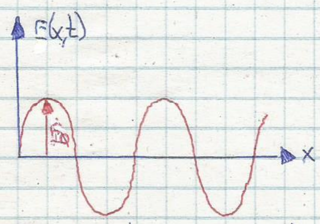
$$L = -\Delta U$$

Ma la potenza è: $P = \frac{dL}{dt} \Rightarrow \frac{dU}{dt} = dP = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 v \cos\vartheta\, d\Sigma$. Chiamiamo vettore di Poynting il seguente vettore:

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \vec{v} \Rightarrow dP = \vec{S}\, \vec{u}_n\, d\Sigma = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 v \cos\vartheta\, d\Sigma$$

Si noti però che: $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{\varepsilon\mu} \Rightarrow \vec{S} = \frac{1}{\mu}\vec{E}\times\vec{B}$

Se per esempio consideriamo un'onda piana:



$$E(t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \Rightarrow \vec{S} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \vec{v} = \frac{1}{2}\varepsilon E_0^2 \sin^2(kx - \omega t)\, v$$

Siccome la pulsazione ω è elevata nelle onde elettromagnetiche, si guarda più al flusso medio che a quello istantaneo. Quindi:

$$S_m = \frac{1}{2}\varepsilon E_m^2 v = \frac{1}{2}\varepsilon v \frac{1}{t}\int_0^t E_0^2 \sin^2(kx - \omega t)\, dt = $$
$$= \frac{1}{2}\varepsilon v E_0^2$$

Per un'onda elettromagnetica polarizzata rettilineamente si ha:

$$I = S_m = \frac{1}{2}\varepsilon v E_0^2 = \varepsilon v E_{eff}^2$$

E_{eff} → valore efficace.

NB: $x_{eff} = x_0/2$

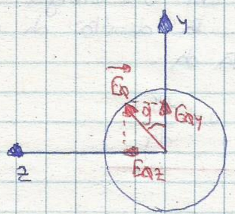
Per un'onda sferica si ha:

$$I = \frac{1}{2}\varepsilon v \frac{E_0^2}{R^2} = \frac{m}{2z_0}\frac{E_0^2}{R^2} \quad \text{con } \varepsilon v = \frac{m}{z_0}$$

; Per un'onda cilindrica:

$$I = \frac{1}{2}\varepsilon v \frac{E_0^2}{R} = \frac{m}{2z_0}\frac{E_0^2}{R}$$

Chiamiamo poi **polarizzatore** quel sistema che produce un'onda polarizzata rettilineamente.

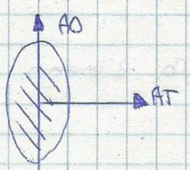


$E_{0y} = E_0 \cos\vartheta$
$E_{0z} = E_0 \sin\vartheta$

se I_0 è l'intensità della luce incidente si ha la seguente **legge di Malus**:

$$I_1 = I_0 \cos^2\vartheta$$

ϑ è l'angolo formato tra l'asse ottico e l'asse di trasmissione.



AO = ASSE OTTICO
AT = ASSE DI TRASMISSIONE.

NB: $E_{0y} = E_{str}$
$E_{0z} = E_{ord}$

In particolare per le lamine $\lambda/2$, la direzione di vibrazione è ruotata di $\beta = 2\vartheta$.
Si noti che le lamine di ritardo assorbono poco di intensità e quindi le lamine non attenuano né l'onda ordinaria né quella straordinaria.

RIASSUNTO:

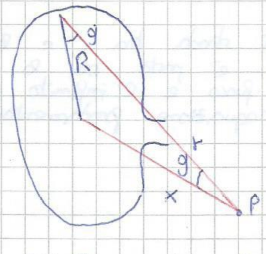
Le forze magnetiche sono dovute a cariche elettriche in moto. Chiamiamo flusso di induzione magnetica Φ attraverso una superficie il numero totale di linee di forza che attraversano una data superficie. Se il campo $\vec{B}$ è normale ad una superficie di area A, possiamo scrivere:

$$\phi = B \cdot A$$

Se invece θ è l'angolo tra il vettore $\vec{B}$ e la normale alla superficie, abbiamo:

$$\phi = BA\cos\theta$$

Abbiamo parlato della prima legge elementare di Laplace. Abbiamo in particolare considerato una spira circolare di raggio R:



Per il teorema di Pitagora:

$$r = \sqrt{x^2 + R^2}$$

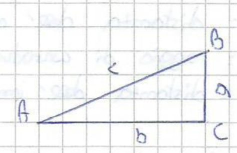
Quindi:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ds\cos\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2\pi R}{r^2}\cos\theta$$

Ma:

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{R}{r} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}$$

Per la trigonometria:



$$\operatorname{sen} A = \frac{a}{c};$$
$$\operatorname{sen} B = \frac{b}{c}$$
$$\cos A = \frac{b}{c}$$
$$\cos B = \frac{a}{c}$$

Per un solenoide rettilineo o solenoidale si ha:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{N}{l}$$

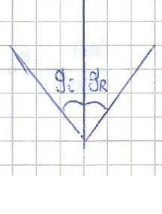
Abbiamo anche introdotto il campo $\vec{H}$. Il vettore $\vec{H}$ in qualche modo misura l'intensità del campo magnetico. Per definizione:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{NI}{l}$$

Parliamo ora un po' meglio dell'induzione elettromagnetica. Ogni volta che in un circuito avviene una variazione del flusso magnetico concatenato con il circuito stesso, si induce in esso una f.e.m. La f.e.m indotta in un conduttore rettilineo di lunghezza l che si muove a velocità v perpendicolare a $\vec{B}$ è:

$$\varepsilon = Blv$$

Abbiamo anche parlato delle onde. La luce ha per esempio una natura ondulatoria. Chiamiamo angolo di incidenza l'angolo formato dal raggio incidente con la normale alla superficie nel punto di incidenza e angolo di riflessione quell'angolo formato dal raggio riflesso con la normale.



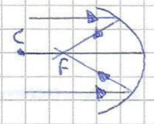
θ_i = angolo di incidenza

θ_r = angolo di riflessione.

$\theta_i = \theta_r$ → legge della riflessione.

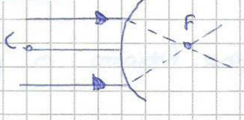
Chiamiamo specchio piano quello specchio che ci fornisce un'immagine diritta delle stesse dimensioni dell'oggetto originale. Esistono però anche specchi sferici che possono essere:

1) specchi concavi



F = Fuoco (reale)

2) specchi convessi



F (virtuale).

C è il centro di curvatura, F è situato a metà strada tra C e lo specchio. Negli specchi concavi l'immagine è ingrandita se l'oggetto è posto tra lo specchio e il fuoco mentre è capovolta se l'oggetto è posto tra il fuoco e l'infinito. Gli specchi convessi invece forniscono solo immagini piccole dell'oggetto. L'equazione fondamentale degli specchi è:

$$1/p + 1/q = 2/R = 1/f$$

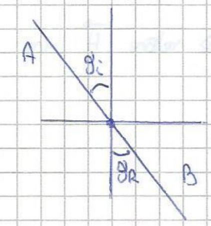
dove: p = distanza dell'oggetto dallo specchio
R = raggio di curvatura dello specchio
q = distanza dell'immagine dallo specchio

$f = \frac{1}{2} R$

Si definisce ingrandimento lineare la seguente espressione:

$$\frac{\text{GRANDEZZA IMMAGINE}}{\text{GRANDEZZA OGGETTO}} = \frac{q}{p}$$

Poi abbiamo parlato della rifrazione:



ϑ_R = angolo di rifrazione.

Chiamiamo $n = \frac{\operatorname{sen} \vartheta_i}{\operatorname{sen} \vartheta_R} = \frac{\text{velocità della luce in } A}{\text{velocità della luce in } B}$ → indice di rifrazione.

Nel vuoto si ha: $n = n_A$.

Supponiamo ora che la luce passi da un mezzo ad un altro la cui velocità sia maggiore come per esempio dall'aria all'acqua.

$$n = \frac{\operatorname{sen} \vartheta_i}{\operatorname{sen} \vartheta_R} = \frac{\operatorname{sen} 90°}{\operatorname{sen} \vartheta_L} = \frac{1}{\operatorname{sen} \vartheta_L}$$

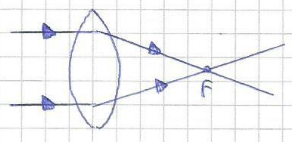
$$\Downarrow$$

$$\vartheta_L = 1/n$$

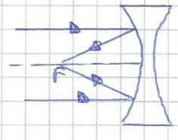
ϑ_L = angolo limite.

Vediamo brevemente anche le lenti. Esistono:

1) lenti convergenti



2) lenti divergenti



Per le lenti valgono gli stessi discorsi fatti per gli specchi con la differenza che per le lenti sottili vale la seguente equazione:

$$1/f = (n-1)\left(1/R_1 + 1/R_2\right) \rightarrow \text{focale}$$

Si definisce potenza di una lente la seguente espressione:

$$\frac{1}{\text{DISTANZA FOCALE LENTE (m)}} \quad (\text{diottrie})$$

Si noti che se pongo a contatto due lenti sottili, allora la distanza focale totale è:

$$1/f = 1/f_1 + 1/f_2$$

Poi abbiamo visto la diffrazione che altro non è che un fenomeno legato all'incurvarsi dei raggi luminosi attorno ai bordi di aperture o ostacoli gradi. Per quanto riguarda la diffrazione prodotta da una singola fenditura, si ha:

$$m\lambda = s \,\text{sen}\,\vartheta$$

m = ordine della banda diffratta
s = larghezza della fenditura

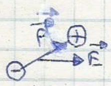
ϑ è l'angolo compreso tra la normale alla fenditura e i raggi che annullandosi producono l'm-esima banda scura. Invece l'equazione del reticolo di diffrazione è:

$$m\lambda = d \,\text{sen}\,\vartheta$$

dove m = ordine dell'immagine rifratta
d = passo del reticolo
ϑ = angolo compreso fra la luce rifratta e la normale al reticolo.

FORMULARIO:

- $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{R^2}\vec{u}$
- $\vec{E} = \vec{F}/q$
- $dq = \rho\, d\tau \to q = \rho\tau$
- $dq = \sigma\, d\Sigma \to q = \sigma\Sigma$ — DISTRIBUZIONI UNIFORMI.
- $dq = \lambda\, dl \to q = \lambda l$
- $T = \int_C \vec{E}\cdot d\vec{s}$
- $\varepsilon = \oint \vec{E}\cdot d\vec{s}$
- $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$
- $\Delta U = q_0\Delta V$
- $\vec{E} = -\text{grad}\, V$
- $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{u}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{u}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{u}_z$
- $V_B - V_A = \int_A^B \vec{\nabla}V\cdot d\vec{s}$
- $\vec{p} = q\cdot\vec{a}$
- $V(P) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$
- $\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}$



- $U_e = -p\cos\theta E$
- $F = p_x\frac{\partial\vec{E}}{\partial x} + p_y\frac{\partial\vec{E}}{\partial y} + p_z\frac{\partial\vec{E}}{\partial z}$
- $\phi(\vec{E}) = \int_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma$
- $\phi(\vec{E}) = q/\varepsilon_0$
- $\phi(\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0}(\Sigma_i q_i)_{int}$ (th di Gauss).
- $\text{Div}\,\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$
- $\phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma = \int_\tau \vec{\nabla}\cdot\vec{E}\, d\tau$
- $C = q/V$
- $C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{\varepsilon_0\Sigma}{h}$
- $U_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\tau \Rightarrow \bar{U}_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

densità energia elettrostatica

- $p_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$
- $k = V_0/V_k > 1$
- $\chi = k - 1$
- $\varepsilon = k\varepsilon_0$
- $\vec{P} = \varepsilon_0(k-1)\vec{E} = \varepsilon_0\chi\vec{E}$
- $\sigma_p = \pm P$
- $\sigma_p = \vec{P}\cdot\vec{u}_n = P\cos\theta$
- $\rho_p = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}$
- $\oint \sigma_p\, d\Sigma + \int_\tau \rho_p\, d\tau = 0$
- $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$
- $U_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$
- $U_e = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$ (ANISOTROPI)
- $i = dq/dt$
- $\vec{J} = n_+ e\vec{v}_d$
- $i = \oint \vec{J}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma$
- $\vec{J} = \sigma\vec{E}$
- $\vec{E} = \rho\vec{J}$
- $R = \rho h/\Sigma$
- $G = \frac{\sigma\Sigma}{h}$
- $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$
- $\vec{F} = i\int d\vec{s}\times\vec{B}$
- $\vec{m} = i\Sigma\vec{u}_n$
- $\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B}$
- $U_p = -\vec{m}\cdot\vec{B}$
- $F_x = m\frac{\partial B}{\partial x}$

- $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\oint\frac{d\vec{s}\times\vec{u}_R}{R^2}$
- $B = \mu_0 i/2\pi R$
- $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \pm\mu_0 i$
- $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}$
- $\vec{M} = \vec{m}/\tau$
- $\vec{J}_m = \vec{\nabla}\times\vec{M}$
- $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$
- $\oint H\, ds = i$
- $\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}$
- $\vec{M} = \chi_m\vec{H}$
- $\vec{B} = \mu\vec{H}$
- $q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}$
- $\vec{\nabla}\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$
- $\vec{J}_{tot} = \vec{J} + \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$
- $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\partial B/\partial t$
- $B = E/v$
- $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$
- $n = c/v$
- $Z = E/H$
- $Z = Z_0/n$
- $1/p + 1/q = 1/f$
- $I(\theta) = I_0\left(\frac{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}\right)^2$