

22

Il calore sviluppato da un conduttore percorso da corrente è in parte trattenuto dal conduttore stesso e in parte aumenta la temperatura del conduttore e in parte viene ceduto all'ambiente. Il calore usato per aumentare la temperatura è:

$$Q_A = c \rho A \Delta T$$

mentre il calore ceduto per convezione è:

$$Q_C = h A \Delta T$$

NB: A = area sezione di interesse.

h è il coefficiente di convezione. Restando le ipotesi termico finale risultante è:

$$Q = Q_A + Q_C = c \rho A \Delta T + h A \Delta T$$

chiamiamo **adulteranza** del conduttore la seguente espressione:

$$H = h A$$

e definisce il calore emesso globalmente dalla superficie.

La corrente di fusione di un filo conduttore è quel valore di corrente che provoca l'innalzamento della temperatura del conduttore fino al raggiungimento della temperatura di fusione. Per lunghi fili in aria la corrente di fusione si può calcolare così:

$$I = k d^{3/2}$$

dove I è la **corrente di fusione**, d è il diametro del filo e k è una costante del metallo. Per il rame si ha:

$$k = 80$$

per il ferro $k = 25$. Vediamo qualche esempio.

1) Consideriamo un bollitore elettrico che deve far bollire 2 litri di acqua in 20 minuti partendo da $T_i = 25^\circ\text{C}$. Il bollitore è alimentato da una linea di 220 V e ha un rendimento di 0,85. Calcolare:

a) la potenza del bollitore

b) la corrente assorbita dal bollitore

Supponendo poi che la tensione di alimentazione si abbassi a 210 V e che la resistenza elettrica e il rendimento rimangano costanti calcolare il tempo impiegato dal bollitore per compiere lo stesso lavoro termico.

Supposto che la massa m sia 2 kg si ha:

$$Q = mc\Delta T = mc(T_p - T_i) \quad \text{con } T_p = 100^\circ\text{C}$$

$$Q = 150 \text{ Cal} \quad T_i = 25^\circ\text{C}$$

$$c = 1 \text{ Cal/kg}^\circ\text{C}$$

Il calore totale è dato da:

$$Q_T = \frac{Q}{\eta} = \frac{150}{0,85} = 176,8 \text{ Cal}$$

La potenza del bollitore si deduce dalla legge di Joule:

$$P = \frac{60Q_T}{0,86 \text{ t}} = 615 \text{ W} \quad \text{e } I = \frac{P}{V} = 2,79 \text{ A}$$

La potenza assorbita dal bollitore con una tensione ridotta V' è data da:

$$P' = \frac{V'^2}{V^2} P = 560 \text{ W}$$

Il tempo impiegato dal bollitore per compiere lo stesso lavoro termico è:

$$t' = \frac{Q_T}{0,86 P'} = \dots \approx 22 \text{ min.}$$

2) Un normale ferro da stiro ha i seguenti dati:

$$P = 1000 \text{ W}$$

$$V = 220 \text{ V}$$

L'elemento riscaldante è costituito da un filo di nichel-cromo ($\rho = 1,2 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$) avente la lunghezza di 5 m. Calcolare:

- 1) la resistenza del filo di nichel-cromo dell'elemento riscaldante
- 2) la densità di corrente del filo di nichel-cromo.
- 3) il calore sviluppato in 25 minuti di funzionamento normale.

Nei ipotesi che la tensione di alimentazione del ferro sia 205 V e che la resistenza dell'elemento riscaldante possa ritenersi costante calcolare:

- 1) la densità di corrente nel filo di nichel-cromo nelle nuove condizioni di funzionamento.
- 2) la variazione percentuale della temperatura di Parson per l'abbassamento della tensione di alimentazione, supposte invariate le condizioni

(21)

ambientali di dispersione del calore.

2) Immunità alla resistenza del filo è data da:

$$V = R \cdot I \Rightarrow \frac{V}{I} = R ; \text{ma: } P = VI \Rightarrow \frac{P}{V} = I \Rightarrow \frac{V^2}{P} = R = 121 \Omega.$$

La densità di corrente nel filo è data da:

$$S = \frac{V}{R} = \frac{220V}{121 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 5 \text{m}} = 44 \text{ A/mm}^2$$

In 25 minuti di funzionamento, si ha che il filo ha sviluppato il calore:

$$Q = 86 \text{ Pt} = 143,3 \text{ Cal.}$$

La nuova densità di corrente è: $S' = \frac{V'}{R} = 41 \text{ A/mm}^2$

Infine la variazione percentuale della temperatura è data da:

$$\Delta T \% = \frac{T - T'}{T} \cdot 100 = \frac{Q - Q'}{Q} \cdot 100 = \frac{P - P'}{P} \cdot 100 = \frac{V^2 - V'^2}{V^2} \cdot 100 = - = 13,2\%$$

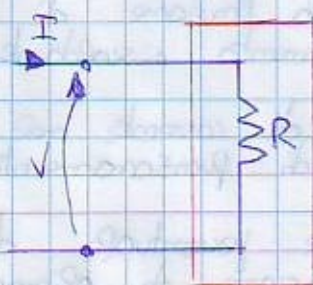
Questa ultima relazione è una semplice proporzione matematica.

Abbiamo già accennato al fatto che se il circuito in esame è un circuito ideale allora l'energia elettrica assorbita dall'utilizzatore si trasforma tutta in calore. L'energia elettrica assorbita dall'utilizzatore nel tempo t si calcola così:

$$E = V \cdot I \cdot t = VQ = RI^2t = \frac{V^2}{R}t$$

NB: Q = quantità di elettricità assorbita in t .

Consideriamo ora questo circuito:



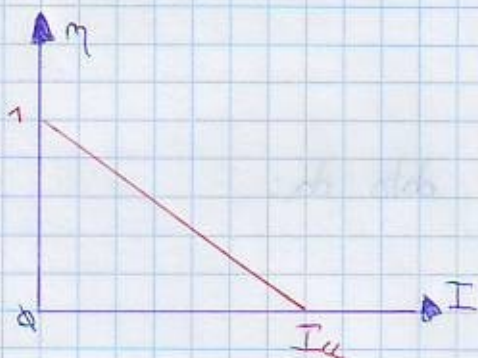
Possiamo tranquillamente scrivere:

$$P = V_T \cdot I = VI + RI^2$$

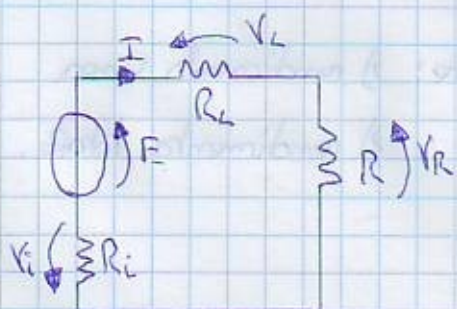
Abbiamo visto che il rapporto tra la potenza utile e la potenza elettrica è dato da:

$$\eta = \frac{VI}{V_T I} = \frac{V}{V_T} = 1 - \frac{RI}{V_T}$$

Questa espressione viene chiamata rendimento. Se la resistenza interna del generatore è nulla (generatore ideale) allora il rendimento è 1, altrimenti esso varia al variare del carico con una legge lineare.



Consideriamo ora il seguente circuito:



Per il principio di Tellegen, la somma delle potenze elettriche assorbite deve essere nulla. Quindi:

$$P_E = P_L + P_R + P_i$$

con:

$$\begin{aligned} P_E &= E \cdot I \\ P_L &= V_L \cdot I \\ P_R &= V_R \cdot I \\ P_i &= V_i \cdot I \end{aligned}$$

Imponiamo con Pd la potenza di entrata della linea, ossia la potenza erogata dal generatore sul carico. Si ha:

$$P_d = V_d \cdot I = P_L + P_R = P_g - P_i$$

La potenza restituita dalla linea, detta potenza di uscita, è uguale alla potenza assorbita dal ricevitore.

(26)

Quindi:
$$\eta_L = \frac{P_R}{P_d} = \frac{P_R}{P_R + P_L} = \frac{P_d - P_L}{P_d}$$

Indichiamo con η_L il **rendimento della linea**, ossia il rapporto tra la potenza di uscita e la potenza di entrata. Possiamo anche scrivere tale rendimento in questo modo:

$$\eta_L = \frac{V}{V_d} = \frac{V}{V + V_L} = \frac{V_d - V_L}{V_d} = \frac{R}{R + R_L}$$

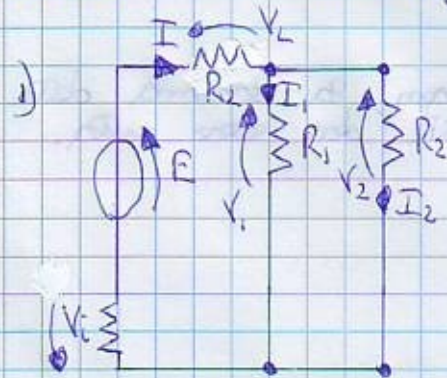
Tra il rapporto tra la **perdita di linea** P_L e la **potenza utile** P molti preferiscono per ~~non~~ definire la **perdita di potenza percentuale** di una linea. Tale perdita è data da:

$$P_L \% = \frac{P_L}{P} \% = \frac{V_L}{V} \% = \frac{R_L}{R} \%$$

Il rendimento totale di un circuito è quindi dato da:

$$\eta_T = \eta_g \cdot \eta_L$$

Vediamo ora un esempio:



$$\begin{aligned} E &= 260V \\ R_i &= 0,705 \Omega \\ R_L &= 0,818 \Omega \\ R_1 &= 10,3 \Omega \\ P_2 &= 2kW \\ I &= 22A \end{aligned}$$

Calcolare: 1) rendimento linea
2) rendimento totale.

Solotto:

1) $R_1 I_1 = R_2 I_2$. Siccome: $P_1 = V_1 I_1 \Rightarrow 2kW = V_2 I_2 = V_1 I_2$
 $P_2 = V_2 I_2$

Applichiamo Kirchhoff:

$$\begin{cases} E - V_L - V_1 - V_i = 0 \\ E - V_L - V_2 - V_i = 0 \Rightarrow E - V_L - V - V_i = 0 \\ V_1 - V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = V_2 = V \end{cases}$$

$$E - R_L I - V - R_i I = 0 \Rightarrow V = E - R_L I - R_i I$$

$$P_a: R_1 (R_i + R_L + R_1) I_1^2 - R_i E I_1 + P (R_i + R_L) = 0$$



$$I_1^2 = 22,1 I_1 - 25$$

È un'equazione di secondo grado e quindi:

$$I_1 = \frac{22,1 \pm \sqrt{448 - 1000}}{2} = 20,9 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{V_1} = \frac{P_2}{R_i I_1} = 9,3 \text{ A}$$

Il rendimento è dato da: $\eta_L = \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{R_i I_1}{R_i I_1 + R_L I} = 0,9$

2) Il rendimento totale è dato da:

$$\eta_T = \eta_g \cdot \eta_L = \frac{V_1}{E} = 0,827$$

Vediamo ora alcune caratteristiche dei materiali. Consideriamo il seguente conduttore cilindrico di sezione S , lunghezza l e corrente I :



Dalla legge di Ohm segue che:

$$V_A - V_B = V = RI$$

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow V = \rho \frac{l}{S} I$$

Supponendo che sia il campo elettrico $\vec{E}$ il diretto responsabile del moto di carica q nel conduttore si può scrivere:

$$V_A - V_B = V = El \Rightarrow El = \rho \frac{l}{S} I \Rightarrow E = \frac{\rho I}{S}$$

Siccome però:

$$\frac{I}{S} = \frac{E}{\rho} \Rightarrow \underline{j = \frac{I}{S}}$$

Indichiamo con j la densità di corrente.

Se ρ è la resistività, indichiamo con $\sigma = 1/\rho$ la conduttività. Pertanto possiamo scrivere la legge di Ohm così:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Se indichiamo con n il numero di cariche per unità di volume, allora con $q \cdot n$ indichiamo la carica per unità di volume e possiamo scrivere:

$$dQ = nq(dv \cdot \vec{v})$$

In sostanza le cariche si muovono con velocità $v = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Attraverso la superficie S nel tempo dt passa la carica

$$dQ = nq \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

$$dQ = nq \vec{v} \cdot d\vec{S} \quad \text{con} \quad d\vec{S} = S d\vec{v}$$

Possiamo riscrivere le ultime cose: $dQ = nq \vec{v} \cdot d\vec{S}$; $I = \frac{dQ}{dt}$

Pertanto:

$$I/S = nq \vec{v} \Rightarrow \vec{J} = nq \vec{v}$$

$$I = nq \vec{v} S$$

$$\text{Quindi: } nq \vec{v} = \sigma \vec{E} \Rightarrow \vec{v} = \left(\frac{\sigma}{nq} \right) \vec{E} \quad (*)$$

In sostanza la presenza di una corrente elettrica in un conduttore implica una deriva degli elettroni con una velocità media data dalla relazione (*).