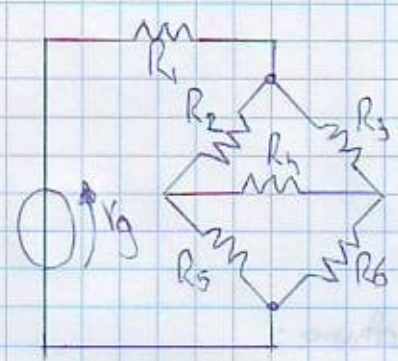
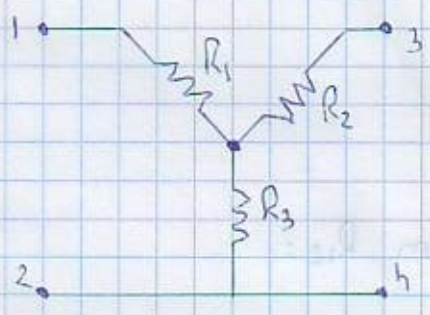


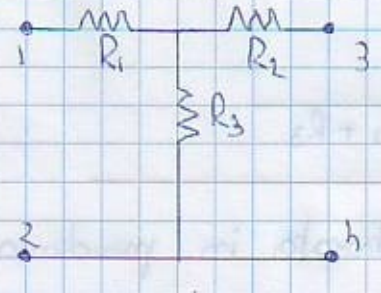
Studiamo ora delle particolari trasformazioni. Consideriamo il seguente circuito chiamato **ponte di wheatstone**:



Un circuito di questo tipo viene usato molto nei circuiti bridge o nei circuiti di accoppiamento. Un tale circuito può essere semplificato in questo modo:



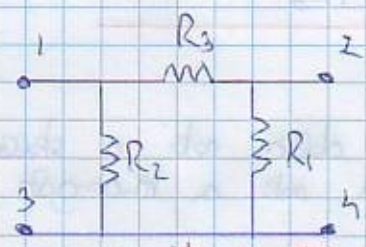
circuito a stella



circuito a T



circuito a stella



circuito a Pi

Vediamo ora brevemente le varie trasformazioni:

1) **trasformazione triangolo - stella:**

NB: // = simbolo di parallelo.

$$R_{12}(Y) = R_1 + R_3$$

$$R_{12}(\Delta) = R_3 // R_1 + R_3 = \frac{R_3(R_1 + R_3)}{R_2 + R_1 + R_3}$$

Peraltro: $R_{12} = R_1 + R_3 = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_2 + R_1 + R_3}$

similmente si ottiene:

$$R_{13} = R_1 + R_2 = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3 + R_1 + R_2}$$

(16)

$$R_{31} = R_2 + R_3 = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Sottraendo:

$$R_{31} - R_{12} = (R_2 + R_3 - (R_1 + R_3)) = R_2 - R_1$$

$$R_{12} - R_{31} = R_1 - R_2 = \frac{R_3(R_2 - R_1)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Sommando quest'ultima espressione con R_{13} si ottiene:

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Sottraendo $(R_1 - R_2)$ con R_{13} si ottiene:

$$R_2 = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

ed infine sottraendo R_1 trovata in precedenza con R_{12} :

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Infine, ciascun resistore della rete a stella è il prodotto dei resistori nei due rami opposti della rete a triangolo diviso per la somma dei tre resistori del triangolo.

2) Trasformazione stella - triangolo:

In una trasformazione di questo tipo si ha:

$$R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1 = \frac{R_a R_b R_c (R_a + R_b + R_c)}{(R_a + R_b + R_c)^2} = \frac{R_a R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$



Con:

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} ; R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

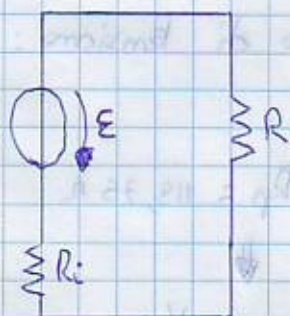
Quindi in una trasformazione di questo tipo ciascun resistore della rete a triangolo è pari alla somma dei prodotti dei resistori della stessa rete a due a due e divisa per il resistore ad esso opposto nella rete a stella. Se i reti sono bilanciate si ottiene:

$$\begin{cases} R_1 = R_2 = R_3 = R_X \\ R_A = R_B = R_C = R_Y \end{cases}$$

Vediamo ora qualche esempio:

1) Un filo di resistenza 5Ω è collegato ad una batteria la cui f.e.m. è $2V$, e la cui resistenza è 1Ω . In 2 minuti:

- Quanta energia chimica è trasformata in energia elettrica?
- Quanta energia è trasformata in calore nel filo?
- Spiegare la differenza tra a) e b).



$$\begin{cases} R_i = 1\Omega \\ R = 5\Omega \end{cases}$$

1) Per definizione l'energia chimica è una forma di energia, e come tale si può tranquillamente scrivere:

$$E = P \cdot t \Rightarrow E = R_{tot} \cdot I^2 \cdot t \quad \text{con } R_{tot} = R_i + R.$$

L'energia chimica in realtà è pari a quella trasformata per effetto Joule. La corrente I vale:

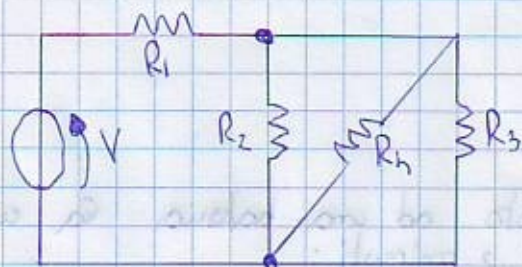
$$I = \frac{V}{R_i + R} \Rightarrow E = (R_i + R) \frac{V^2}{(R_i + R)^2} \cdot t = \frac{V^2}{(R_i + R)} \cdot t = 80J.$$

Nei filo invece l'energia dissipata è: $E = R^2 \cdot I \cdot t = R \frac{V^2}{(R_i + R)^2} t = 67J.$

18

In sostanza, la batteria trasforma l'energia chimica in energia elettrica. La differenza è che nel caso a) parte dell'energia è dissipata nel filo e parte nella batteria, mentre nel caso b) la dissipazione si ha soltanto nel filo.

2) Qual è la resistenza equivalente nel seguente circuito?



$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \Omega \\ R_2 &= R_3 = 50 \Omega \\ R_4 &= 75 \Omega \\ V &= 6 \text{ V} \end{aligned}$$

Quali sono le correnti nelle diverse resistenze?

3) Si noti che R_2, R_3, R_4 sono in parallelo e quindi:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_p = 18,75 \Omega$$

Si ottiene pertanto il seguente circuito di tensione:



$$R_T = R_1 + R_p = 118,75 \Omega$$



$$I_{TOT} = \frac{V}{R_{TOT}} = 50,5 \text{ mA}$$

Questa corrente circola in R_1 e R_p .

Ai capi di R_p c'è la seguente caduta di tensione:

$$V_c = V - R_1 \cdot I_{TOT} = 4,95 \text{ V} \Rightarrow I_2 = \frac{V_c}{R_2} = 4,49 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_c}{R_3} = 4,49 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{V_c}{R_4} = 4,265 \text{ A}$$

Fino ad ora abbiamo parlato di fili elettrici nel senso generico. I fili che trasportano la corrente però sono composti da:

1) conduttore che è la parte metallica (rame) per cui scorre la corrente.

- 2) **isolante** che è la parte di circuito (generalmente gomma)
- 3) **anima** che è l'insieme del conduttore e dell'isolante.
- 4) **guaina** che è l'investimento protettivo esterno.

Graficamente si ha:

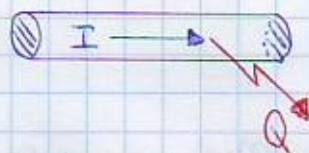


Questo caso viene anche detto **cavo unipolare** in quanto c'è un solo conduttore. Se ci possono essere più conduttori allora il cavo viene detto **multipolare**:



CASO DI UN CONDUTTORE BIPOLARE.

Della ciò parliamo ora dell' **effetto joule**. L'effetto joule si ha quando un qualsiasi materiale metallico percorso da corrente dissipa calore.



Di solito il calore si indica con Q .

Dalla termodinamica è risaputo che il calore scambiato con l'ambiente esterno, da parte di un sistema, è dato da:

$$\begin{cases} Q = m C_v (T_p - T_i) & \text{nel caso si ha trasmissione di calore a volume costante} \\ Q = m C_p (T_p - T_i) & \text{nel caso si ha trasmissione di calore a pressione costante} \end{cases}$$

Infatti C_v e C_p sono rispettivamente il **calore specifico a volume costante** e il **calore specifico a pressione costante**. Nel caso di un solido incompressibile come può essere per esempio un filo di rame, il calore specifico a pressione costante è uguale al calore specifico a volume costante e pertanto:

$$C_p = C_v = C$$

← prende il nome di **calore specifico**.

2b)

Quindi la quantità di calore necessaria per elevare di 1° grado la massa 'm' di un corpo si chiama **capacità termica**. Quindi la capacità termica di un corpo è legata al calore specifico dello stesso dalla relazione:

$$C = cm$$

dove:

$$\begin{cases} C = \text{capacità termica} \\ c = \text{calore specifico} \end{cases}$$

La quantità di calore necessaria per aumentare di 1 grado o di ΔT gradi la temperatura di un corpo è:

$$Q = mc\Delta T = C\Delta T$$

In questo contesto Q rappresenta la quantità di calore assorbita dal corpo riscaldato. La legge di Joule afferma che un qualunque conduttore percorso da corrente dissipa calore. Tale calore, che chiameremo questo calore. Innanzitutto indichiamo con il nome di **apparecchi termoelettrici** quei apparecchi che sono degli utilizzatori e pertanto trasformano in calore tutta l'energia elettrica assorbita. Esempi di apparecchi termoelettrici sono i ferri da stiro, i ferri elettrici e così via. Gli elementi riscaldanti sono dei fili di rame od altra resistenza. Ci sono due categorie di Rgte adoperabili:

- 1) Rgte di Nichel-Cromo senza ferro, posso raggiungere temperature elevate ma sono costose.
- 2) Rgte di Nichel-Cromo con ferro meno costose.

Se l'apparecchio termoelettrico è utilizzato per riscaldare un corpo, il calore prodotto viene parzialmente impiegato per il riscaldamento del corpo, perché una parte viene disperso in ambiente. Quindi:

$$Q_T = Q_U + Q_P$$

dove: Q_T = calore totale sviluppato
 Q_P = calore perso
 Q_U = calore utile per riscaldamento.

Il rapporto tra il calore utile e il calore totale sviluppato definisce il **rendimento termico** dell'apparecchio. Pertanto:

$$\eta = \frac{Q_U}{Q_T} = \frac{Q_T - Q_P}{Q_T} = 1 - \frac{Q_P}{Q_T}$$

Infine possiamo esprimere Q_p come:

$$Q_p = Q_T (1 - \eta) = 0,86 \text{ W} (1 - \eta)$$

In sostanza, si ha:

$$Q_T = 0,86 \text{ W}$$

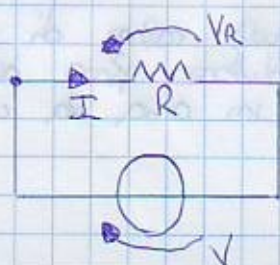
La costante 0,86 deriva dal seguente calcolo:

$$1 \text{ Wh} = \frac{3600}{1000} \text{ kJ} = 3,6 \text{ kJ}$$

$$\bullet \text{ NB: } 1 \text{ Wh} = 3600 \text{ J}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ J} = \frac{1 \text{ W}}{3600} \approx 0,0002778 \text{ Wh} \end{array} \right.$$

Siccome la legge di Joule stabilisce che un circuito avente un valore di resistenza R e percorso da corrente elettrica si riscalda sviluppando l'equivalente dell'energia elettrica assorbita dal circuito per compensare la caduta di tensione R sulla resistenza R , si ha:



$$V_R = R \cdot I \Rightarrow P = \text{energia} = \frac{dW}{dt} \text{ con } P = V \cdot I = R I^2$$

Quindi:

$$P dt = dW \Rightarrow W = P t$$

$$\downarrow$$

$$t \cdot V I = R I^2 t = W$$

Infine:

$$W = R I^2 t$$

Siccome il calore Q è una forma di scambio di energia si può scrivere:

$$Q = R I^2 t$$

In particolare il calore sviluppato in un circuito di resistenza R percorso dalla corrente I nel tempo t è:

$$Q = 0,0002778 R I^2 t \Rightarrow Q = 0,86 R I^2 t$$

Possiamo anche scrivere:

$$Q = 0,86 \frac{V^2}{R} t = 860 P t$$

(se la potenza assorbita dal resistore si esprime in kW).