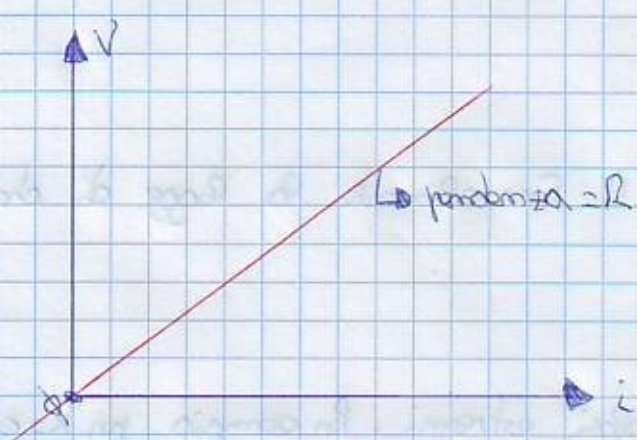


8

Non tutti i resistori si comportano secondo la legge di Ohm. Quei resistori che non si comportano secondo la legge di Ohm vengono detti **resistori non lineari**. Un **resistore lineare**, ossia, un resistore che segue la legge di Ohm, ha una caratteristica ai maschi del seguente tipo:



Si definisce **conduttanza** la seguente grandezza:

$$G = \frac{1}{R} = R^{-1} = \frac{I}{V}$$

L'unità di misura della conduttanza è il **Siemens**. La conduttanza è la capacità di un elemento di condurre la corrente. Quindi:

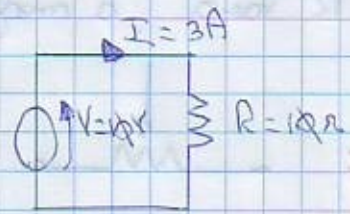
$$I = GV \Rightarrow \text{se } P = V \cdot I \text{ allora } P = V \cdot I = R \cdot I \cdot I = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

Però la potenza può anche essere espressa in questi termini:

$$P = V \cdot I = V^2 G = \frac{I^2}{G}$$

Quindi si può facilmente notare che la potenza dissipata da un resistore è una funzione non lineare della corrente e della tensione. Vediamo qualche esempio:

1) Calcolare la tensione V e la conduttanza G e la potenza P per questo circuito:

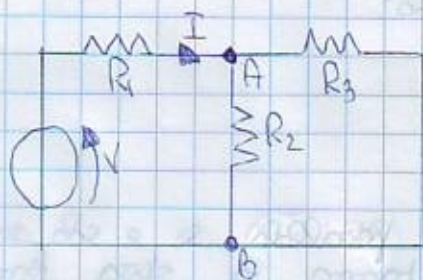


1) Sol: $P = V \cdot I$; $V = R \cdot I = 30V$

Quindi: $P = 90W \Rightarrow G = \frac{1}{R} = \frac{1}{10} = 0,1S$

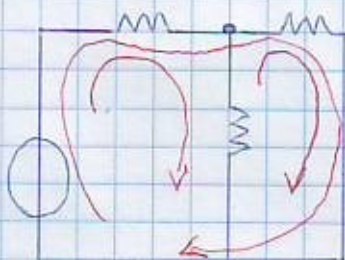
Gli elementi di un circuito elettrico possono essere interconnessi in vari modi. La **topologia delle reti** studia proprio quelle proprietà legate alla configurazione geometrica di una rete. Vediamo alcuni concetti fondamentali di questa topologia.

Definiamo **nodo** un punto di interconnessione di due o più rami. Un **ramo** rappresenta un singolo elemento. Per esempio:



A e B sono due nodi.

Una **maglia** è un qualsiasi percorso chiuso in un circuito. Per l'esempio precedente ci sono tre maglie.



Si dimostra che in un circuito elettrico è sempre verificata la seguente condizione:

$$b = R + m - 1$$

dove 'b' è il numero di nodi, 'e' è il numero di maglie ed 'm' il numero di rami. Analizziamo ora due relazioni fondamentali della teoria dei circuiti:

- 1) La **legge di Kirchhoff delle correnti** la quale afferma che la somma algebrica delle correnti che entrano in un nodo o in una superficie è zero. Formalmente si ha:

$$\sum_{i=1}^m I_m = 0$$

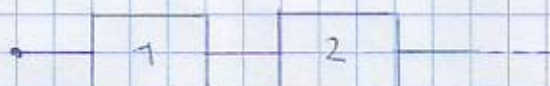
dove 'm' è il numero di rami connessi. Per esempio:

10

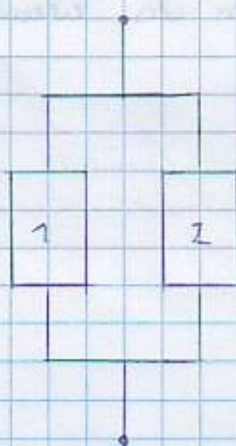


$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow I_1 + I_2 = I_3$$

Quindi la somma delle correnti che entrano in un nodo è uguale alla somma delle correnti che escono dal nodo stesso. Si noti inoltre che due o più elementi sono detti in **serie** se sono concatenati, ossia se sono percorsi dalla medesima corrente. Per esempio:



Analogamente due o più elementi sono in **parallelo** se e solo se sono collegati alla stessa coppia di nodi, ossia hanno la stessa tensione. Per esempio:



2) La legge di Kirchhoff delle tensioni o, quale afferma, che la somma algebrica delle tensioni lungo una maglia è zero. Formalmente si ha:

$$\sum_{i=1}^m V_m = 0$$

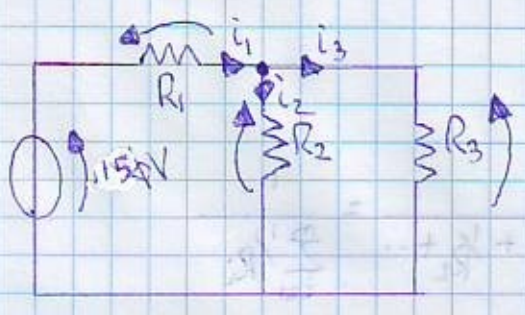
dove 'm' è il numero di tensioni sulla maglia. Per esempio:



$$V_1 - (V_2 + V_3) = 0 \Rightarrow V_1 = V_2 + V_3$$

Vediamo qualche esempio:

1) Calcolare la tensione sul resistore R_2 .



$$R_1 = R_2 = R_3 = 10\ \Omega$$

$$i_1 = 10\text{ A}$$

$$i_2 = 5\text{ A}$$

Sulla prima maglia si ha: $15\text{ V} - V_{R_1} - V_{R_2} = 0 \Rightarrow 15\text{ V} = V_{R_1} + V_{R_2}$

Ma:

$$V_{R_1} = R_1 \cdot i_1 = 10\ \Omega \cdot 10\text{ A} = 100\text{ V} \Rightarrow 15\text{ V} - 100\text{ V} = 50\text{ V} = V_{R_2}$$

Per il calcolo di V_{R_3} si ha:

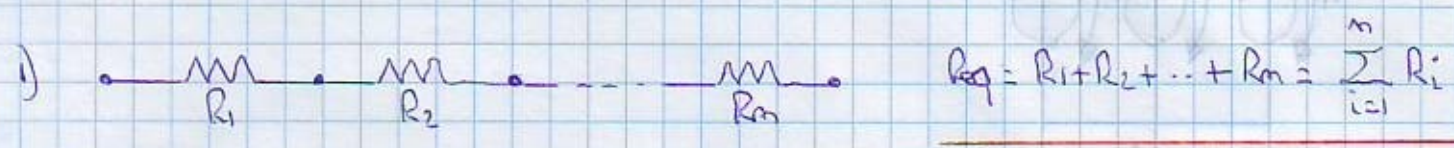
$$V_{R_3} = R_3 \cdot i_3 \text{ con } i_3 = i_1 - i_2 = 5\text{ A} \quad (\text{per la legge di Kirchhoff delle correnti})$$

Quindi

$$V_{R_3} = 5\text{ A} \cdot 10\ \Omega = 50\text{ V}$$

Si noti che la caduta di tensione sul resistore R_3 è la stessa caduta di tensione su R_2 .

Dai precedenti esempi si evidenziano molti aspetti interessanti. Innanzitutto i resistori, come i generatori possono essere collegati in serie:

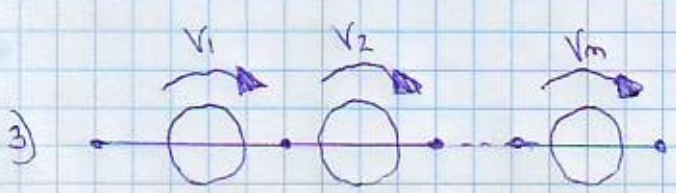


Quindi se si hanno m resistori in serie, la resistenza equivalente è la somma delle singole resistenze.



di corrente
Se ho m generatori in serie essi erogano tutti la stessa corrente. Formalmente si ha:

$$i_1 = i_2 = \dots = i_m$$

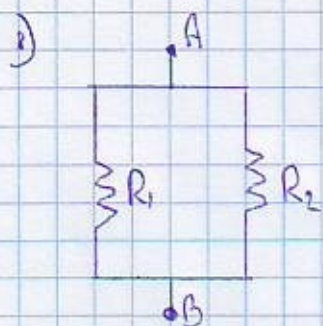


Se ho m generatori di tensione in serie si ha la somma delle varie tensioni:

$$V_1 + V_2 + \dots + V_m$$

12)

nel collegamento in parallelo invece si ha:

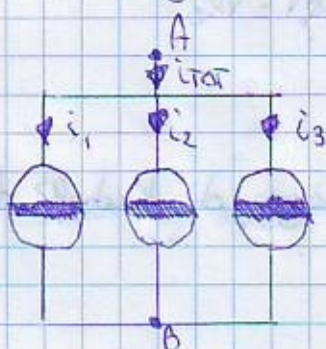


$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

In generale:

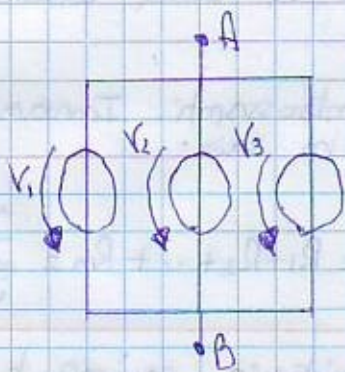
$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

2) Se ho 'm' generatori di corrente in parallelo si ha:



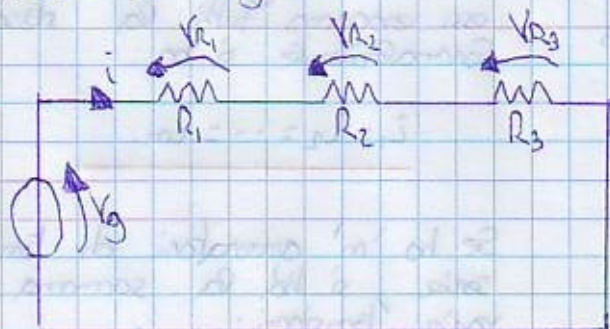
$$i_{TOT} = i_1 + \dots + i_m = \sum_{i=1}^m i_i$$

3) Se ho 'm' generatori di tensione in parallelo si ha:



$$V_1 = V_2 = V_3 \quad \text{In generale: } \underline{V_1 = \dots = V_m}$$

Un buono esempio di circuito primitivo è il partitore di tensione schematizzato di seguito:

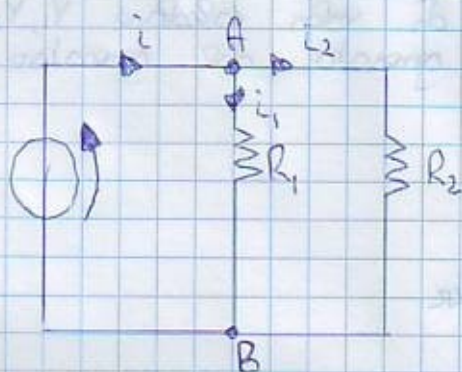


In un partitore di tensione, quest'ultima viene ripartita sui vari resistori. Se per esempio vogliamo calcolare la tensione sul resistore R_2 si può scrivere:

$$V_{R_2} = R_2 \cdot i \quad \text{ma: } R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow i = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{V_0}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_{R_2} = \frac{V_0}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_2$$

Il caso duale del partitore di tensione è il **partitore di corrente**, qui di seguito schematizzato:



$$V = R_1 i = R_2 i$$

$$i = i_1 + i_2$$

Siccome:

$$i = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Analizziamo ora come si comporta la conduttanza nel caso serie e parallelo. Come abbiamo visto per la resistenza:

$$1) \text{ CASO SERIE: } \frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_m} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{G_i}$$

$$2) \text{ CASO PARALLELO: } G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_m = \sum_{i=1}^m G_i$$

Ritorniamo ora al partitore di prima. Se nodo A abbiamo:

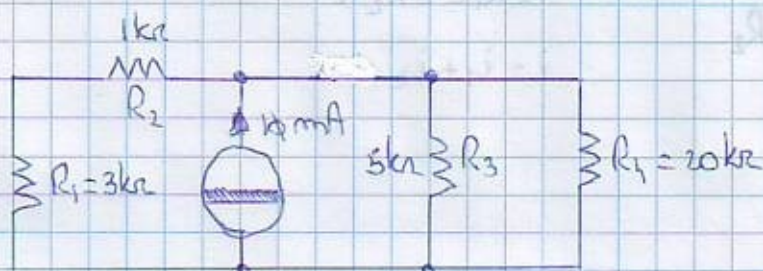
1b)

$$V = R_g \cdot i = \frac{i R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{R_2 \cdot i}{R_1 + R_2} \\ i_2 = \frac{R_1 \cdot i}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

Potenza da corrente più grande scorre naturalmente nella resistenza più piccola. In termini di conduttanza si ha:

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i \quad \text{e} \quad i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i$$

Verifichiamo un esempio completo. Supponiamo di voler calcolare V_1, V_2, P_1 e P_2 nel seguente circuito:



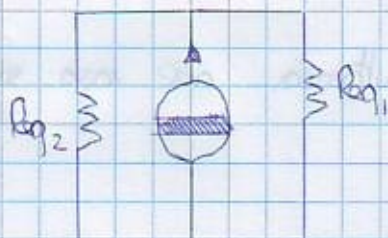
Sia:

$$V_1 = R_1 \cdot i_1 \Rightarrow R_3 // R_4 \Rightarrow R_{eq1} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \quad \text{e} \quad V_3 = V_4$$

$$V_2 = R_2 \cdot i_2$$

Poi:

R_1 e R_2 sono in serie e quindi: $V_1 + V_2 = V_1 + V_2 = V_g$



$$R_{eq1} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \quad V_g = V_{eq1} = V_{eq2}$$

$$R_{eq2} = R_1 + R_2$$

Siccome: $R_{eq1} = 4k\Omega \Rightarrow R_{eq1} = R_{eq2} \Rightarrow P_1$ corrente si ripartisce in egual misura sui due rami

$$i_1 = i_2 = 500\text{mA} \Rightarrow V_1 = R_1 \cdot i_1 \quad \text{e} \quad V_2 = R_2 \cdot i_1$$

$$P_1 = V_1 \cdot i_1 \quad \text{e} \quad P_2 = V_2 \cdot i_1 \quad \text{con} \quad i_1 = \frac{V_{eq2}}{R_1} = \frac{V_{eq1}}{R_1}$$

Impie: $P_g = V_g \cdot i$