

Fino ad ora abbiamo parlato di regime stazionario e di regime sinusoidale. Vediamo ora di trattare le macchine elettriche. Una **macchina elettrica** è una macchina con particolari caratteristiche strutturali. È sostanzialmente costituita da un nucleo di materiale ferro magnetico, dotato di uno o più traferri, sul quale sono avvolti due o più avvolgimenti. La funzione di descrivere meglio queste parti. È risaputo che la presenza di **campi magnetici** è essenziale per le applicazioni relative alle conversioni di energia da una forma all'altra. È possibile creare campi magnetici attraverso la corrente elettrica. Il campo magnetico è infatti una regione dello spazio nel quale si possono esercitare forze di attrazione oppure forze di repulsione. Consideriamo un filo conduttore rettilineo percorso da una corrente.

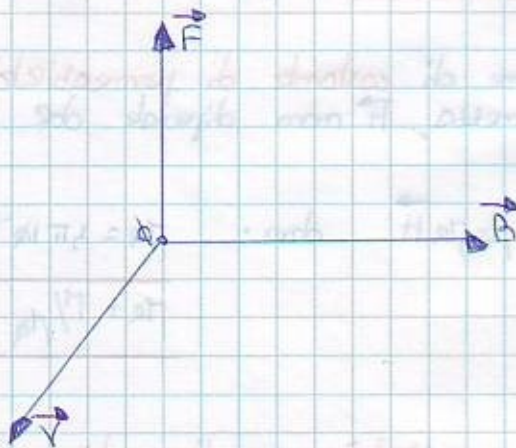


Tale filo produce un campo magnetico le cui linee di forza sono circonferenze aventi come centro il conduttore stesso. È noto poi che una carica elettrica q che si muove con velocità V perpendicolarmente alle linee del campo magnetico è sottoposta ad una forza detta **forza di Lorentz**. Essa vale:

$$\vec{F} = q\vec{V} \times \vec{B}$$

dove $\vec{B}$ è la vettore del campo magnetico. In modulo si ha:

$$F = qVB \sin \theta$$

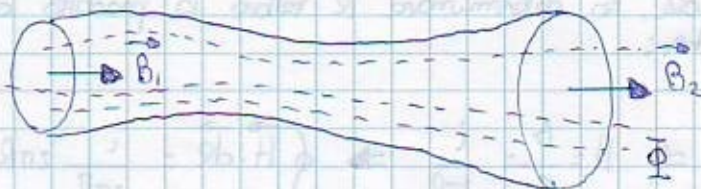


La forza invece che agisce su un conduttore percorso da una corrente I , di lunghezza L e immerso in un campo magnetico è data da:

$$F = iLB$$

Potendo e intensità del campo magnetico è data da: $B = \frac{F}{iL}$

L'unità di misura dell'intensità del campo magnetico è il **tesla (T)**. Consideriamo ora una superficie generica disposta perpendicolarmente alle linee del campo magnetico, c'è:



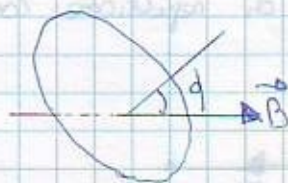
93

Si definisce flusso del campo magnetico la seguente grandezza:

$$\Phi = B \cdot S$$

dove S è l'area della generica superficie. Se la superficie non è perpendicolare al campo, allora si ottiene:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot S \cos \theta$$



L'unità di misura del flusso magnetico è il Weber (Wb). Definiamo ora il vettore H il vettore induzione magnetica.

$$H = \frac{B}{\mu}$$

μ prende il nome di costante di permeabilità magnetica. Si noti che mentre B dipende dal particolare mezzo, H non dipende dal mezzo circostante. Ritolando:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad \text{dove:} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\mu_r = \mu / \mu_0$$

μ_0 viene detta permeabilità magnetica del vuoto, μ_r viene detta permeabilità relativa, e μ è la permeabilità assoluta. In base a queste costanti i materiali si distinguono in:

1) materiali paramagnetici dove $\mu \approx \mu_0$ o μ è di poco superiore a μ_0 . Esempi di queste sostanze sono l'aria, l'alluminio, il platino.

2) materiali diamagnetici dove $\mu \approx \mu_0$ o meglio μ è di poco inferiore a μ_0 . Esempi di questi materiali sono l'oro, l'argento, il rame.

3) materiali ferromagnetici dove $\mu > \mu_0$ e quindi si magnetizzano facilmente. Esempi di questi materiali sono il ferro, il nichel, il cobalto.

La permeabilità magnetica è una costante utilizzata per descrivere il comportamento magnetico di un generico materiale. Per determinare il vettore $\vec{B}$ prodotto da un conduttore rettilineo percorso da corrente, si ha:

$$B = \frac{\mu i}{2\pi R} = \frac{\mu_0 \mu_r i}{2\pi R} = \mu_r H \Rightarrow H = \frac{B}{\mu} = \frac{i}{2\pi R} \Rightarrow \oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{i}{2\pi R} 2\pi R = i$$

Quindi:

$$i = \oint \vec{H} \cdot d\vec{e}$$

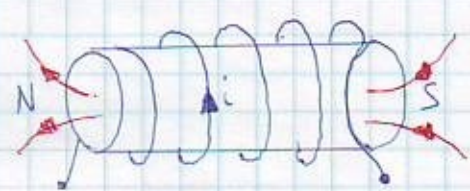
Questa ultima relazione è valida in generale e afferma che è l'integrale del vettore $\vec{H}$ lungo una qualsiasi linea chiusa coincide con la corrente concatenata con la percorso stesso. Questa enunciata va sotto le nome di **legge di Ampère**. Per esempio supponiamo di avere una corrente di $20A$ che percorre un conduttore rettilineo avente il diametro $D = 2,5 \text{ mm}$ posto in aria ($\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$; $\mu_r = 1$). Vogliamo determinare il vettore $\vec{B}$ nello spazio circostante, a partire dal bordo del conduttore, e a distanza $R = 1,25 \text{ cm}$ dal centro del conduttore. Sulla superficie si ottiene:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 1,25 \cdot 10^{-2}} = 3,2 \text{ T}$$

mentre a distanza $R = 0,125 \text{ mm}$ si ha:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 1,25 \cdot 10^{-4}} = 32 \text{ T}$$

Nei casi in cui si ha un solenoide, ossia un supposto cilindrico avvolto da N spire, si ha:



$$\vec{H} \cdot \vec{e} = N \cdot i \Rightarrow \vec{H} = \frac{N \cdot i}{\vec{e}}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu \frac{N \cdot i}{\vec{e}}$$

Se le solenoide interessata è di tipo **toroidale** si ottiene:



$$\vec{H} 2\pi R = H \vec{e} = N \cdot i$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \frac{\mu N i}{2\pi R} = \frac{\mu N i}{\vec{e}}$$

Tornando alle macchine elettriche, gli avvolgimenti sono di solito in rame oppure in alluminio. Una particolare macchina elettrica detta **statica** è la **trasformatore**. Questa

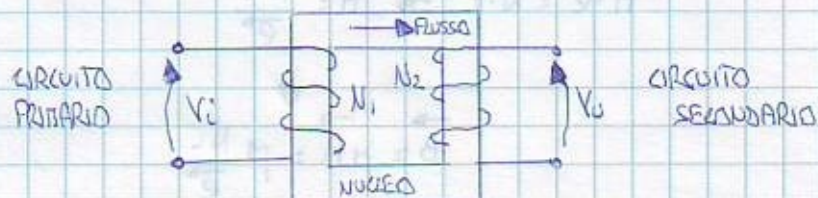
particolare macchina trasferisce energia da un circuito all'altro tramite il fenomeno della **induzione elettromagnetica**. Tale fenomeno consiste nel fatto che quando un circuito, percorso da corrente, genera una tensione su un circuito ad esso vicino, senza una connessione fisica, ma solo per via magnetica, allora ci troviamo in presenza di due condizioni:

- 1) La corrente è variabile e quindi è variabile anche il campo magnetico generato.
- 2) Il flusso magnetico variabile generato dal primo circuito si concatena, almeno in parte, con il secondo.



Tra i punti A e B compare una tensione detta **tensione indotta**. Per questo motivo il trasformatore può funzionare solo in regime non stazionario. Nella maggioranza dei casi i trasformatori vengono impiegati in regime sinusoidale alla frequenza industriale di 50 Hz in Europa e 60 Hz in USA.

Il trasformatore viene utilizzato per elevare o abbassare la tensione disponibile. Esso è composto da un **circuito primario** di ingresso e da un **circuito secondario** di uscita. Questi due circuiti non sono a contatto fisico, ma il primo agisce sul secondo attraverso il flusso magnetico generato dal primo.



I due circuiti sono avvolti in spire di numero opportuno su uno stesso **nucleo** di materiale ferromagnetico. Siccome i materiali ferromagnetici possiedono un'alta permeabilità magnetica, facilitano il passaggio del flusso magnetico dal circuito primario verso il circuito secondario. Sia:

$$K = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{il rapporto di trasformazione}$$

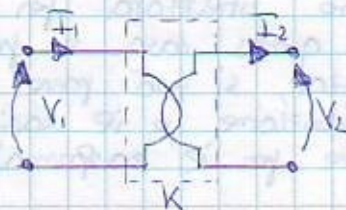
si ottiene:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow V_o = \frac{N_2}{N_1} V_i \Rightarrow V_o = \frac{V_i}{K}$$

Si noti che il trasformatore è una macchina reversibile e quindi l'avvolgimento primario può diventare secondario e così via. Si può anche scrivere:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{K}$$

Il simbolo circuitale del trasformatore è:



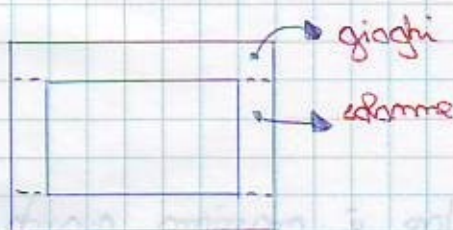
Si noti che, in questo specifico caso, la porta primaria assume la convenzione dell'utilizzatore, mentre la porta secondaria assume la convenzione del generatore. Sia:

$$P_1 = V_1 I_1$$

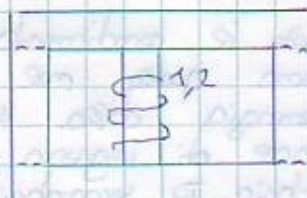
La potenza sulla porta primaria è: $P_1 = V_1 I_1$ quella sulla porta secondaria si ha:

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 = K V_2 \left(\frac{I_2}{K} \right)$$

Quindi il trasformatore 'ideale' è trasparente per quanto riguarda le potenze. Consideriamo il nucleo del trasformatore.



Gli avvolgimenti possono essere installati direttamente sulle colonne oppure possono essere installati su una colonna centrale.



↳ nucleo centrato

Per quanto riguarda gli avvolgimenti, essi sono generalmente di rame o di alluminio. Spesso si utilizza l'alluminio perché ha dei costi inferiori rispetto al rame e per altro meno.

Per la conducibilità del rame è un po' più alta. Nella quasi totalità dei casi, l'isolamento dei conduttori è affidato ad una specie di resina sintetica. È risaputo che, per effetto joule, un conduttore percorso da una corrente dissipa calore. Siccome gli isolanti sono sensibili alla temperatura, bisogna fare in modo che non ci sia un eccessivo surriscaldamento del conduttore. È necessario quindi che l'appunto di calore agli avvolgimenti sia identico, ossia bisogna fare in modo che la "vita media" degli avvolgimenti sia la stessa. Pertanto si ha:

$$R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = K^2$$

97

Quindi per mantenere identico il regime termico è necessario che le due resistenze siano tra loro in un preciso rapporto coincidente con il quadrato del rapporto di trasmissione. In quanto riguarda la p.e. di raffreddamento, spesso questa è affidata ai molli comlettini dell'aria. È possibile, e saggio, lasciare delle intercapedini tra le mule e gli avvolgimenti e tra gli avvolgimenti stessi per farne i molli comlettini. La quasi totalità dei trasformatori viene utilizzata per gestire la trasmissione e la distribuzione di potenza elettrica. In questo caso si parla di **trasformatori di potenza**. Spesso invece, per ragioni di sicurezza, si può porre un trasformatore con rapporto unitario tra la linea di distribuzione e il carico. In questo caso si parla di **trasformatore di isolamento**. Anche per il trasformatore si può definire il rendimento in questo modo:

$$\eta = \frac{P_u}{P_e}$$

dove P_u è la potenza di uscita, e P_e è la potenza di ingresso. Spesso però si preferisce fornire una definizione di rendimento per il trasformatore più indiretta. La potenza assorbita in entrata viene considerata quale somma delle potenze perdute (nel rame degli avvolgimenti (P_w) e nel ferro del nucleo (P_{fe})) e della potenza **con-**
vertibile:

$$V_2 I_2 \cos \varphi_2$$

trasferita al carico. Quindi si definisce **rendimento convenzionale** la seguente espressione:

$$\eta_c = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_w + P_{fe}}$$

Si dimostra che il rendimento del trasformatore è massimo quando è pari al nel ferro uguaglia quella nel rame. Consideriamo ora il seguente esempio. Per il trasporto di energia dalla centrale si utilizza un trasformatore di potenza che ha una tensione di ingresso $V_1 = 22 \text{ kV}$ e una potenza $P_1 = 1000 \text{ kVA}$, richiesta dal carico al secundario. Il secundario ha in uscita una tensione $V_2 = 220 \text{ kV}$. Vediamo di analizzare il problema. Abbiamo:

$$P_2 = P_1 \Rightarrow V_2 I_2 = V_1 I_1$$

Quindi:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{P}{V_1} = 45,45 \text{ A} \\ I_2 = \frac{P}{V_2} = 4,545 \text{ A} \end{cases}$$

Si può osservare che il trasformatore ha elevato la tensione di 10 volte, mentre la corrente si è ridotta di altrettanto. Quindi:

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = 10 \text{ e } N_2 = 10 N_1$$

Si alimenti ora l'avvolgimento primario con un generatore di p.e.m. sinusoidale di frequenza ω .

La presenza di una tensione variabile si associa al flusso Φ cui variazioni inducono, per induzione elettromagnetica, una p.e.m. E_1 ai capi delle N_1 spire (autoinduzione) e una p.e.m. E_2 ai capi dell'avvolgimento di N_2 spire (mutua induzione). Se il primario e il secondario sono avvolti nello stesso senso, le due p.e.m. sono in fase ma in ritardo di 90° rispetto al flusso induttore. Supponendo che il flusso sia sinusoidale si ha:

$$\Phi = \bar{\Phi} \sin(\omega t) \Rightarrow e_1 = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{p.e.m. primario}).$$

Il flusso concatenato è: $\Phi_c = N_1 \Phi \Rightarrow e_1 = - \frac{d\Phi_c}{dt} = - \frac{d(N_1 \Phi)}{dt}$. Da:

$$e_1 = - \frac{d(N_1 \bar{\Phi} \sin(\omega t))}{dt} = -\omega \bar{\Phi} N_1 \cos(\omega t) = -\bar{E}_1 \cos(\omega t)$$

$$\Downarrow$$

$$e_1 = \bar{E}_1 \sin(\omega t - \pi/2)$$

Questa ultima espressione rappresenta la p.e.m. primaria avente ampiezza:

$$\bar{E}_1 = \omega \bar{\Phi} N_1$$

La p.e.m. è in ritardo di $\pi/2$ rispetto al flusso induttore. Analogamente:

$$e_2 = \bar{E}_2 \sin(\omega t - \pi/2) \quad \text{con} \quad \bar{E}_2 = \omega \bar{\Phi} N_2$$

Siccome nella maglia primaria agiscono V_1 e E_1 , il valore efficace della p.e.m. è:

$$E_1 = \frac{\bar{E}_1}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f \bar{\Phi} N_1}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \bar{\Phi} N_1 = 4,44 f \bar{\Phi} N_1 = 4,44 f B S N_1$$

Analogamente:

$$E_2 = \frac{\bar{E}_2}{\sqrt{2}} = 4,44 f \bar{\Phi} N_2 = 4,44 f B S N_2$$

Seguendo il rapporto si ha: $\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m = \text{rapporto di spire}.$

Quando appena detto si riferisce al caso del trasformatore ideale in cui R_1 e R_2 sono ritenute nulle, non ci sono flussi magnetici dispersi, non ci sono perdite nel ferro, e la resistenza del circuito magnetico è nulla. Purtroppo il trasformatore reale è più complesso. Infatti per poter immaginare nel circuito magnetico il flusso, è necessaria una corrente di magnetizzazione che indichiamo con I_m . Pertanto occorre

introdurre una bobina di induttanza L_p e resistenza:

$$X_p = \omega L_p$$

Resistenza R_a legge di Hopkinson è data da:

$$N_1 \bar{I}_p = R \bar{\Phi} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\rho}{\mu S}$$

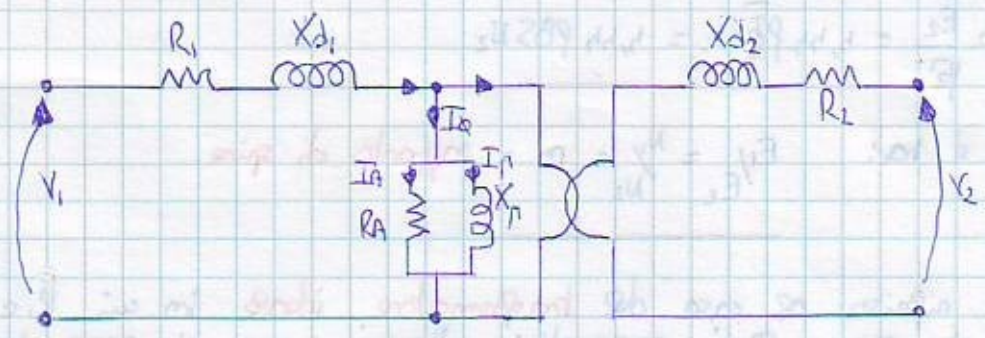
R rappresenta la resistenza del circuito magnetico. Il trasformatore possiede un nucleo in ferro che presenta delle perdite dovute:

- 1) al ciclo di magnetizzazione che si ripete ogni 50 secondi, se la frequenza della rete è 50 Hz. (perdite di isteresi magnetica)
- 2) alle correnti parassite (di Foucault) prodotte dalle p.e.m. indotte dalla continua variazione del flusso.

Inoltre il flusso prodotto dalle avvolgimenti primario non si concatenano completamente con l'avvolgimento secondario. Per flusso utile Φ si intende solo quello a cui riesce si concatenano completamente sia con il primario sia con il secondario. Indichiamo con Φ_{d1} il flusso disperso a cui riesce interessato solo il primario, mentre con Φ_{d2} indichiamo il flusso disperso dal secondario. Quindi E_1 e E_2 sono prodotte solo dal flusso utile. Si ha:

$$\begin{cases} \Phi_{d1} = L_{d1} I_1 \\ \Phi_{d2} = L_{d2} I_2 \end{cases}$$

Gli avvolgimenti poi offrono delle resistenze che indichiamo con R_1 e R_2 , e quali possono dalla corrente contribuiscono a ridurre la p.e.m. Da tutto ciò segue che lo schema circuitale del trasformatore reale è il seguente:



dove R_a è la resistenza dovuta alle perdite del ferro. I_a viene detta corrente a vuoto, ed è:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_A + \bar{I}_P$$