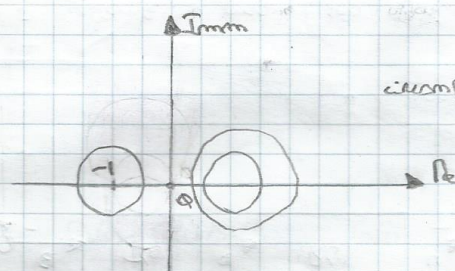
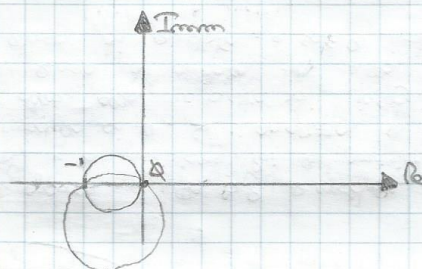


Questi luoghi dove π e q sono costanti sono i cerchi di HALL.



circonferenza con centro sull'asse reale
 $\rightarrow$ π -costante

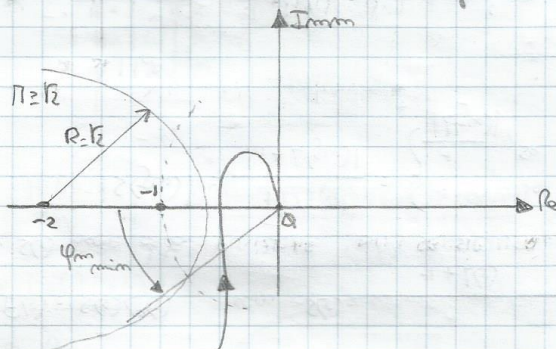


circonferenza con centro sull'asse
 del segmento $[-1, 0]$.

I luoghi con q costante e π costante sono detti CERCHI DI HALL. La loro immagine nel piano costruisce la GRAFICA DI NICHOLS. Vediamo ora di rispondere alla precedente questione, cioè ci chiediamo se in $|L(j\omega)| \geq 1$ la condizione preliminare della banda passante è verificata. Si ricordi che tale condizione è che $F(j\omega) \leq F_m/2$ cioè:

$$F(j\omega) \leq 1/2, \text{ visto che } F_m = 1, \forall \omega \geq 0.$$

In breve ci chiediamo se le diagrammi polare data risposta in frequenza d'onda non anti mai nel cerchio di Hall corrispondente a $\pi \geq 1/2$. Graficamente si ha:



Perché la condizione preliminare sia soddisfatta è necessario che:

$$\begin{cases} \varphi_m \geq \varphi_{m \min} \geq 41^\circ \\ |\pi_m| \geq |\pi_{m \min}| \approx 1,7 \end{cases}$$

Proviamo a calcolare $\varphi_{m \min}$. Si noti che: $\pi = \frac{|L|}{|1+L|} = \frac{1}{2 \sin(\varphi_m/2)}$ $\pi \leq 1/2$
 si noti che se la condizione preliminare è verificata, allora ω_c coincide con l'estremo superiore della B.P. Inoltre questa vale fin tanto che $\varphi_m \leq 90^\circ$.

$$\varphi_m \geq 2 \arcsin(8^{-1/2})$$

$$2 \arcsin(8^{-1/2}) \approx 41^\circ 25'$$

Quindi perché (ω_c, ω_c) sia una buona stima della B.P., è necessario che:

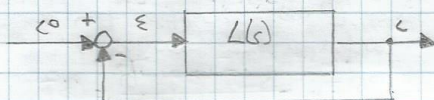
$$\begin{cases} 41^\circ \leq \varphi_m \leq 90^\circ \\ 1,7 \leq |\pi_m| \end{cases}$$

Quindi la capacità di un sistema di controllo di far sì che la variabile controllata segua fedelmente la variabile di riferimento, è legata alla B.P.

Si noti infatti che:

$$\text{B.P. si ha per } |L| \approx 1 \Rightarrow \frac{e}{e_0} = 1 \Rightarrow e = e_0.$$

Si può inoltre dire si può verificare la precisione di un sistema minimizzando direttamente l'errore d'integramento. Sia:



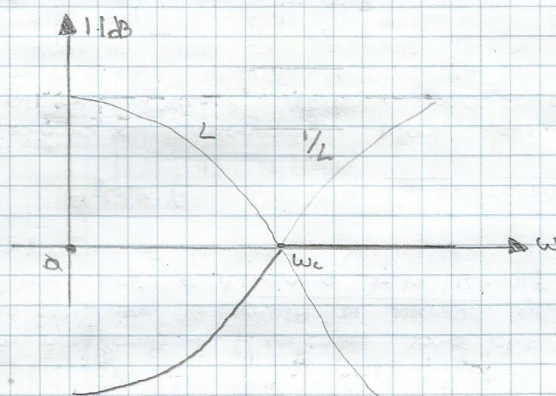
$$S(s) = \text{p.d.t. tra } e^0 \text{ e } e.$$

e sia: $E(s) = S(s)C^0(s)$ con $S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$

La funzione $S(s)$ viene detta FUNZIONE DI SENSIBILITÀ. Da qui si ha:

$$|S(j\omega)| = \frac{1}{|1+L(j\omega)|} = \begin{cases} 1 & \text{se } |L(j\omega)| \ll 1 \\ \frac{1}{|L(j\omega)|} & \text{se } |L(j\omega)| \gg 1 \end{cases}$$

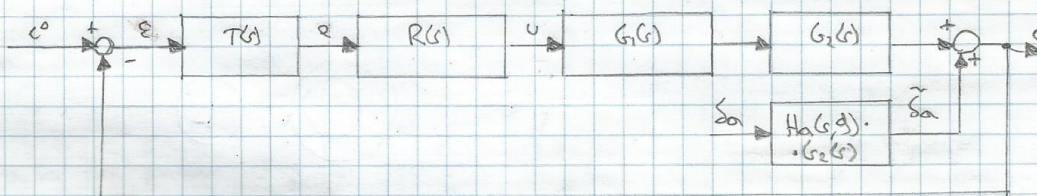
Quindi:



* Quanto più ampia è la B.P., tanto maggiore è la precisione di integrazione. Infatti:

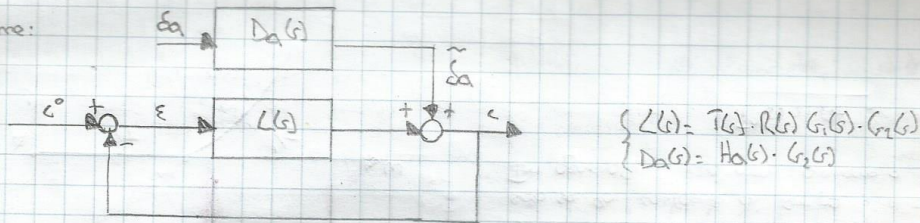
$$e_0 \approx e \approx \varepsilon$$

Inoltre tanto più grande è alla B.P. le module della risposta in frequenza, tanto più elevata è la precisione. Poi la precisione di integrazione è tanto maggiore quanto più elevata è le module di L . Se si analizza lo schema a blocchi (8), bisogna prendere in considerazione, oltre alla capacità di integrare il riferimento, anche la presenza di errori sia sulla linea di andata sia sulla linea di retroazione. Consideriamo ora gli errori sulla linea di andata, e sotto le ipotesi viste in precedenza si ha:



Si noti che u_a è costante e produce solo effetti a transitorio deceduto, e quindi la sua contribuzione all'errore riguarda solo la precisione statica.

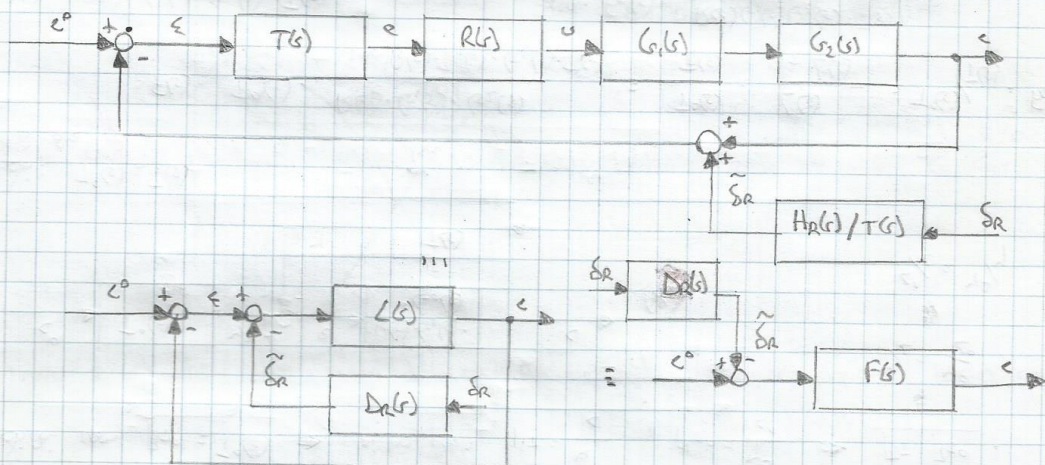
Si ottiene:



Quindi si ha:

$$E_a(s) = F_a(s) \tilde{D}_a(s) \quad , \quad F_a(s) = \frac{-1}{1+L(s)} = -S(s) \quad , \quad \tilde{D}_a(s) = D_a(s) D_a(s)$$

Dunque di fronte a disturbi additivi sulla linea di andata, la precisione del controllo è tanto maggiore quanto più ampia è la B.P. Inoltre tale precisione è tanto più elevata quanto è più elevato sulla banda passante il modulo della risposta in frequenza d'andata. In particolare la capacità del sistema di controllo di assorbire i disturbi $\tilde{D}_a$ è tanto maggiore quanto più elevato è il modulo di L ; vediamo ora i disturbi sulla linea di retroazione. Sempre riferendoci allo schema a blocchi (B), si ha:

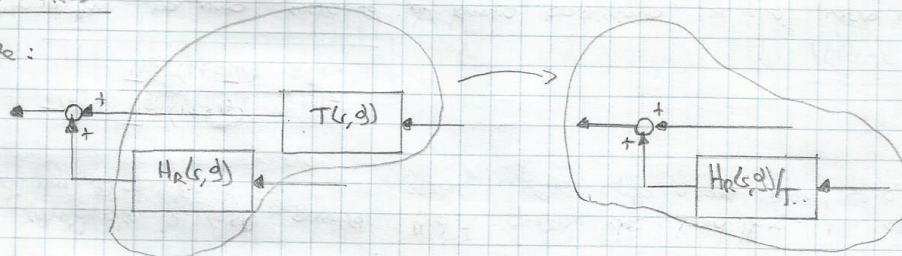


dove:

$$D_d(s) = \frac{H_d(s)}{T(s)} \quad ; \quad L(s) = T(s) \cdot R(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s) \quad , \quad F_d(s) = F_R(s) \tilde{D}_d(s) \quad ; \quad F_R(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$$

$$\tilde{D}_d = D_d(s) D_d(s)$$

Si noti subito che:



Si noti anche che la p.d.t tra c^0 e c è uguale alla p.d.t tra ε e $\tilde{S}_R$. Quindi la precisione del controllo è tanto maggiore quanto più stretta è la banda passante, e quando è più piccola il modulo della risposta in frequenza d'andata fuori la B.P. ($\omega > \omega_c$). Inoltre la capacità di assorbire i disturbi $\tilde{D}_d$ da parte del sistema di controllo è tanto maggiore quanto più piccolo è il modulo di L in corrispondenza delle bande di

di frequenze in cui è più intenso e lo spettro dei disturbi addizionali $\hat{S}_R$ su c.
Fino ad ora abbiamo considerato

$$T^0(s) = T(s)$$

cioè abbiamo considerato la CSR avendo p.d.t. quella del trasduttore. Noi sappiamo che la p.d.t. di un buon trasduttore non contiene alcun polo o zero non origine, e quindi:

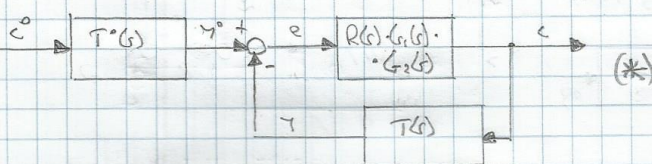
$$T(s) = \frac{\Pi_T (1+sT_T)}{\Pi_K (1+sT_K)} \cdot \Gamma_T$$

Ma siccome il trasduttore ha una costante di tempo bassissima, si può usare un modello non dinamico del tipo:

$$T(s) = \Gamma_T$$

Si indichi con $\Gamma_T^0 = T^0(s) \Rightarrow$ si ha che: $\Gamma_T = \frac{y}{z}$, $\Gamma_T^0 = \frac{y^0}{z^0} \Rightarrow \Gamma_T = \Gamma_T^0$.

Sia:



$$\frac{y}{z} = \frac{y^0}{z^0}$$

$$\frac{z^0}{z} = \frac{y^0}{y}$$

Quindi: $T^0(s) = T(s)$

Si osserva che:

$$F(s) = T^0(s) \cdot \frac{R(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + R(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot T(s)} = \frac{T^0(s)}{T(s)} \cdot \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{T^0(s)}{T(s)} \cdot F_0(s)$$

$$\text{con } L(s) = R(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot T(s)$$

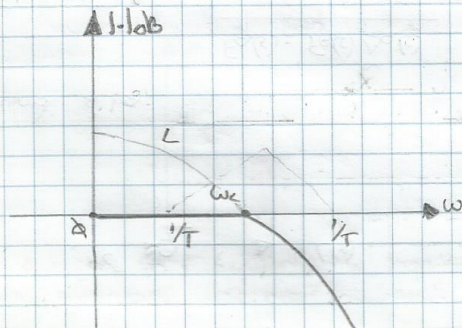
$$\text{NB: } F_0(s) = \frac{R(s)G_1(s)G_2(s) \cdot T(s)}{1 + R(s)G_1(s)G_2(s)T(s)}$$

Siccome:

$$T(s) = \frac{\Gamma_T}{1+sT} \Rightarrow T^0(s) = \Gamma_T^0 = \Gamma_T \Rightarrow F(s) = (1+sT) F_0(s)$$

Se non ripetiamo le costanti di tempo di $T(s)$ anche su $T^0(s)$ si ha:

$$F(s) = (1+sT) F_0(s)$$

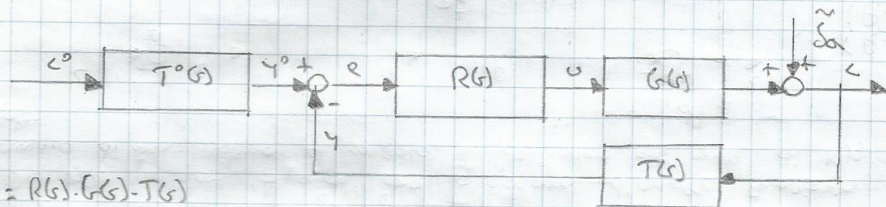


$$T_{eq} = 1/\omega_c$$

Si noti che la massima sintonia risale solo se la costante di tempo è maggiore di T_{eq} . In generale ciò non avviene e quindi:

$$T^0(s) = \Gamma_T$$

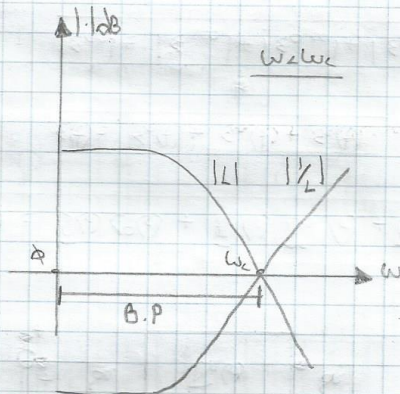
Inseguire il segnale di riferimento o contrastare efficacemente; distribui sulla linea di andata compensando l'allungamento della banda passante. Per contrastare invece i disturbi sulla linea di retroazione è necessario effettuare l'operazione inversa. Quindi aumentare l'apporto B.P. non va bene. Inoltre quando ciò si aumenterebbe notevolmente l'azione di controllo.



$$L(s) = R(s) \cdot G(s) \cdot T(s)$$

$$U(s) = \frac{T^0(s) R(s)}{1 + L(s)} C^0(s) - \frac{T(s) R(s)}{1 + L(s)} \tilde{D}_a(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \cdot \frac{1}{G(s)} \left(\frac{T^0(s)}{T(s)} C^0(s) - \tilde{D}_a(s) \right)$$

Si noti che:



DENTRO LA BANDA PASSANTE

Al crescere di $|L|$, cresce ω_c e quindi la banda passante, e quindi l'azione di controllo viene allargata di ω_c .

In breve l'intensità dell'azione di controllo è tanto maggiore quanto maggiore è:

$$\frac{1}{|L(s)|}$$

Infatti:

$$|F_0(j\omega)| = \frac{|L(j\omega)|}{1 + |L(j\omega)|} \Rightarrow \approx 1 \text{ per } |L(j\omega)| \gg 1$$

Fuori dalla B.P. ($\omega > \omega_c$) si ha:

$$\frac{|L(j\omega)|}{1 + |L(j\omega)|} \approx |L(j\omega)| = |R(j\omega) \cdot G(j\omega) \cdot T(j\omega)| \text{ per } |L(j\omega)| \ll 1$$

Quindi fuori dalla B.P. l'intensità dell'azione di controllo è tanto più elevata quanto maggiore è $|R(j\omega)|$. Infatti:

$$|U(j\omega)| = \frac{|L(j\omega)|}{1 + |L(j\omega)|} \cdot \frac{1}{|G(j\omega)|} \left(\left| \frac{T^0(j\omega)}{T(j\omega)} C^0(j\omega) - \tilde{D}_a(j\omega) \right| \right) = |R(j\omega)| \cdot |T^0(j\omega) C^0(j\omega) - \tilde{D}_a(j\omega) T(j\omega)|$$

Analizziamo ora la PRECISIONE statica. Sia:

$$\varepsilon_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

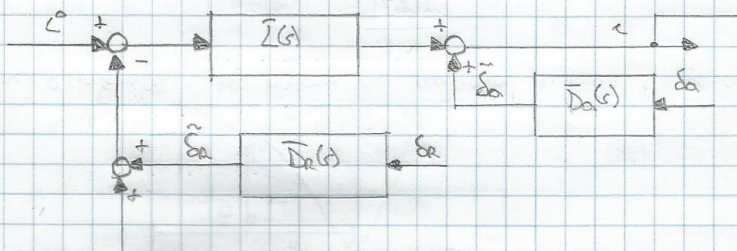
o TP

L'ERRORE A TRANSITORIO ESATTO. Si può notare che qui le costanti di tempo non entrano. Questo perché le transizioni e gli errori sono. Si può quindi dire:

$$L(s) = \frac{1}{s} \frac{T_i (1+s\tau_i)}{T_k (1+s\tau_k)} = \frac{1}{s} = \bar{L}(s)$$

Si può inoltre dire:

$$c(t), \delta_a(t), \delta_r(t) \in \{A_{scat}(t), A_{anom}(t), A_{pont}(t)\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \tilde{\delta}_a(t), \tilde{\delta}_r(t) \in \{B_{scat}(t), B_{anom}(t), B_{pont}(t)\}$$

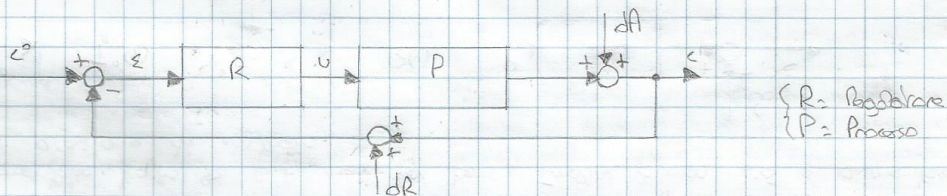


Quindi: $\varepsilon(s) = \bar{L}(s) C^0(s) + \bar{F}_a(s) \tilde{\delta}_a(s) + \bar{F}_r(s) \tilde{\delta}_r(s)$. Siccome il sistema è lineare si ha:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_a(t) + \varepsilon_r(t) + \varepsilon_{scat}(t) \Rightarrow \text{PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI}$$

$$|\varepsilon_{tot}| = |\varepsilon_{scat}| + |\varepsilon_{anom}| + |\varepsilon_{pont}|$$

Si può anche dire che il tipo di sistema di controllo coincide con q. Nei sistemi di tipo 0 raramente il valore di p è inferiore a 1. Quindi in presenza di disturbi strutturali la precisione statica di un sistema di controllo non dipende dal valore delle costanti di tempo perché il sistema resta asintoticamente stabile. Si può però dire che la precisione dipende dal guadagno d'anello. Analizziamo ora il progetto di massima di un sistema di controllo. Le ipotesi sono tutte quelle di Nyquist e Bode. Imbuto sia dato:



Ci: ingressi sono \$C^0, D_R, D_A\$, mentre le uscite sono \$U\$ e \$C\$. Vediamo di imporre a \$C\$ un comportamento desiderato pari a \$C^0\$. Quindi:

$$f.d.t.: \frac{C(s)}{C^0(s)} = \frac{R \cdot P}{1 + R \cdot P}$$

Definiamo: $L(s) = R(s) \cdot P(s) \Rightarrow \frac{e(s)}{c(s)} = \frac{L(s)}{1+L(s)}$. Vogliamo quindi produrre tutti i nostri desideri sul. Quindi per il progetto di massima del controllore otteniamo i seguenti requisiti, e seguenti specifiche.

1) ASINTOTICA STABILITÀ: Noi ci poniamo nel caso in cui $L(s)$ non ha poli con parte reale positiva. Vale quindi il criterio di Routh. Quindi il processo non deve avere poli con parte reale positiva. Noi valuteremo la stabilità con il margine di fase ϕ_m ($\phi_m > 0$ e $\phi_m > 45^\circ$). Siccome che ϕ_m descrive il grado di stabilità, cioè quanto siamo vicini a perdere la stabilità.

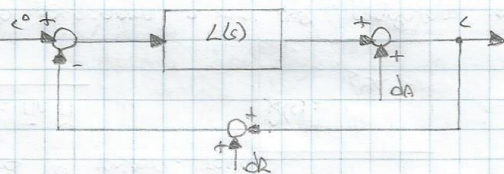
2) VELOCITÀ DI RISPOSTA: Il tempo di risposta non deve essere superiore a un massimo assegnato, cioè:

$$\omega_{c_{min}} \leq \omega_c \leq \omega_{c_{max}}$$

dove:

$\omega_{c_{min}}$: requisito di velocità
 $\omega_{c_{max}}$: vincolo di fattibilità. Ogni attuatore ha dei limiti in ampiezza e velocità di variazione della sua uscita.

Quelli appena descritti sono i requisiti dinamici. Possiamo scrivere lo schema in questo modo:



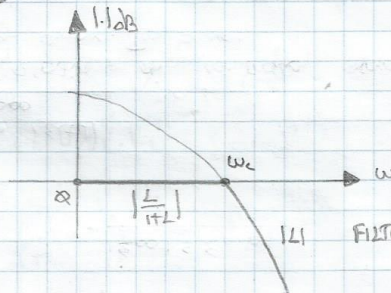
F.d.t. di interesse:

$$\begin{aligned} 1) \frac{c}{c^*} &= \frac{L}{1+L} \\ 2) \frac{c}{d} &= \frac{1}{1+L} \\ 3) \frac{c}{d} &= \frac{-L}{1+L} \end{aligned}$$

Si osserva che:

$$\begin{aligned} \left| \frac{c}{c^*} \right| &= \left| \frac{L}{1+L} \right| = \left| \frac{c}{d} \right| = \begin{cases} 1 & \text{per } |L| \gg 1 \\ |L| & \text{per } |L| \ll 1 \end{cases} \\ \left| \frac{c}{d} \right| &= \left| \frac{1}{1+L} \right| = \begin{cases} |1/L| & \text{per } |L| \gg 1 \\ 1 & \text{per } |L| \ll 1 \end{cases} \end{aligned}$$

NB: $\left| \frac{1}{L} \right|_{dB} = -L_{dB} \Rightarrow$



NB: Se un sistema è dinamico ed è proprio il numero di poli è maggiore del numero di zeri.

Ipotesi:

1) Gli ingressi c^* da da sono composti da segnali armonici.

2) Nessun vincolo sulla struttura di R.

