

Quindi è possibile rappresentare le variabili interne q e y , come somma di una costante e di una perturbazione piccola e trascurabile rispetto al problema di controllo. Si può dire:

$$\begin{cases} T = \text{Tempo di vita del sistema} \\ T^* = \text{Durata massima del fenomeno da controllare} \end{cases}$$

Quindi:

$$q(t) = \bar{q} + \delta q(t), \quad y(t) = \bar{y} + \delta y(t)$$

con $\bar{q} \in \bar{Q}$, $\delta q \in \Delta q$, $\bar{y} \in \bar{Y}$, $\delta y \in \Delta y$. Si può inoltre dire che $\bar{Q}$, $\bar{Y}$ sono intervalli ampi, mentre Δq e Δy sono insiemi di piccole perturbazioni. Ad ogni valore di $\bar{q}$ e $\bar{y}$, associamo una CONDIZIONE DI EQUILIBRIO di P. Per essere più precisi, sia $\bar{u}$ un valore costante della variabile di controllo tale che, sotto l'azione di $u(t) = \bar{u}$, $q(t) = \bar{q}$, il sistema P ammetta uno stato di equilibrio $\bar{x}$, e in corrispondenza di $\bar{x}$, si abbia:

$$\bar{y} = \bar{y}^0 \quad \text{Sia dunque:} \quad (\bar{x}, \bar{u}) \text{ una soluzione del sistema:}$$

Quindi:

$$(\bar{q}, \bar{y}^0) \rightarrow (\bar{u}, \bar{x}, \bar{y} = \bar{y}^0)$$

$$\begin{cases} \bar{x} = P(\bar{u}, \bar{q}) \\ \bar{y} = g(\bar{x}, \bar{q}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta u(t) = u(t) - \bar{u} \\ \delta x(t) = x(t) - \bar{x} \\ \delta y(t) = y(t) - \bar{y} \end{cases}$$

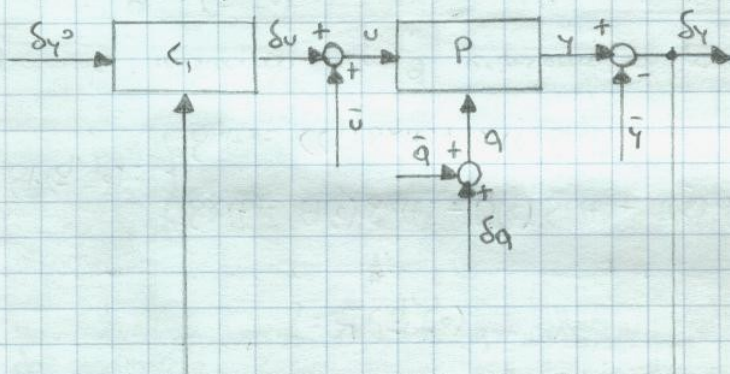
Inoltre

In base abbiamo preso un sistema non lineare e l'abbiamo linearizzato nel intorno di un equilibrio. Con riferimento a:

$(\bar{u}, \bar{x}, \bar{y} = \bar{y}^0) \Rightarrow$ il problema originario, cioè il problema di trovare il controllore C , può essere riformulato in questa maniera:

$$\text{Quindi: } e(t) = y^0(t) - y(t) = \delta y^0(t) - \delta y(t)$$

Schema a blocchi:



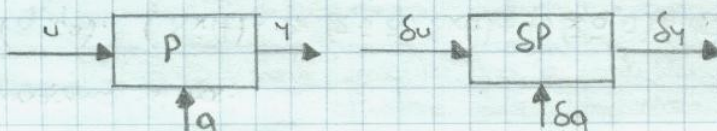
$$\text{NB: } \delta y(t) = y(t) - \bar{y} \text{ e } \bar{y} = \bar{y}^0$$

$$e(t) = y^0(t) - y(t), \text{ ma:}$$

$$\begin{cases} y^0(t) = \bar{y}^0 + \delta y^0(t) \\ y(t) = \bar{y} + \delta y(t) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} e(t) &= [\bar{y}^0 + \delta y^0(t)] - [\bar{y} + \delta y(t)] \\ &= [\bar{y}^0 + \delta y^0(t)] - [\bar{y}^0 + \delta y(t)] \\ &= \delta y^0(t) - \delta y(t) \end{aligned}$$

Perciò si ottiene un modello lineare SP che con buona approssimazione descrive il sistema P. $SP(\bar{q}, \bar{y}^0)$ è tangente a P nel punto di equilibrio: $(\bar{u}, \bar{x}, \bar{y})$.



Tramite equazioni si ha:

$$\delta P(\bar{q}, \bar{y}^0): \begin{cases} \delta \dot{x}(t) = f_x(\bar{x}, \bar{u}, \bar{q}) \delta x(t) + f_u(\bar{x}, \bar{q}, \bar{u}) \delta u(t) + f_q(\bar{x}, \bar{u}, \bar{q}) \delta q(t) \\ \delta y(t) = g_x(\bar{x}, \bar{q}) \delta x(t) + g_q(\bar{x}, \bar{q}) \delta q(t) \end{cases}$$

Proviamo a scrivere δP in forma canonica, dove con f si indicano i parametri di base prima. Perciò:

$$f = \mathcal{F}(\bar{q}, \bar{y}^0)$$

↓

$$\delta P(\bar{q}, \bar{y}^0): \begin{cases} \delta \dot{x}(t) = A(f) \delta x(t) + B(f) \delta u(t) + \Pi(f) \delta q(t) \\ \delta y(t) = C(f) \delta x(t) + N(f) \delta q(t) \end{cases}$$

Analogamente indicando con g l'insieme di parametri della funzione di trasferimento, si ha:

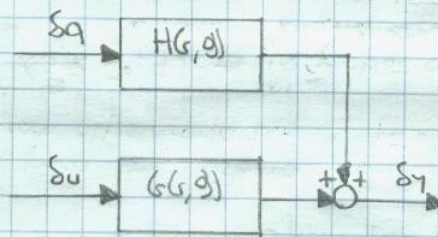
$$g = \mathcal{G}(\bar{q}, \bar{y}^0)$$

↓

$$\Delta y(s) = G(s, g) \Delta u(s) + H(s, g) \Delta q(s)$$

$$\begin{aligned} \Delta y(s) &= G(s, g) \Delta u(s) + H(s, g) \Delta q(s) \\ \Delta y(s) &= (G(s, g) + H(s, g)) \Delta u(s) \end{aligned}$$

La relativa sistema a blocchi è la seguente:



Si noti che: $G = \frac{Y}{U}$ e $\Delta G = \frac{\Delta Y}{\Delta U}$

↓

$$\delta y = \delta u \cdot G(s, g) + \delta q \cdot H(s, g)$$

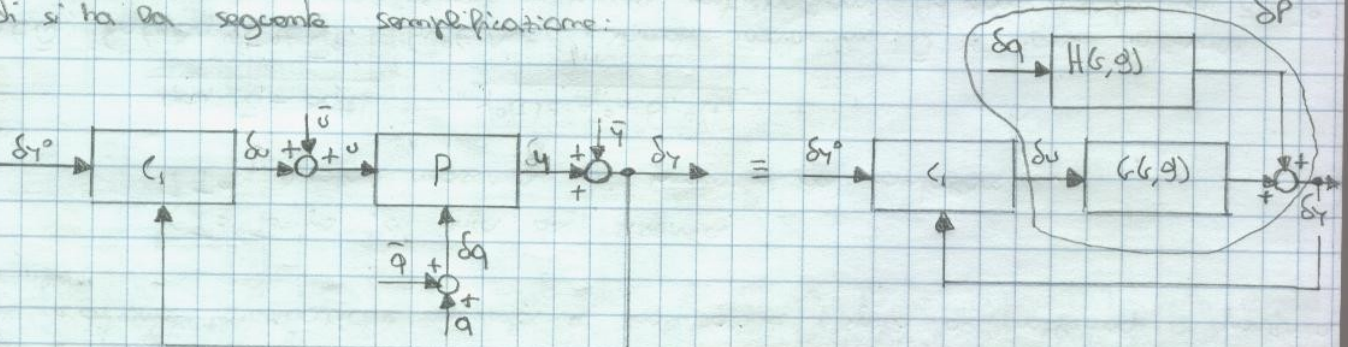
Si noti che anche i parametri f e g possono essere a loro volta innanzi. Quindi:

$$\begin{cases} f = f_m + \delta f \\ g = g_m + \delta g \end{cases} \quad \text{con } \begin{cases} \delta f \in D_f \\ \delta g \in D_g \end{cases}$$

δf e δg sono detti DISTURBI STRUTTURALI di δP , mentre δq è un disturbo ADDITIVO. Inoltre:

$$\begin{aligned} \bar{q} &= \bar{q}_m + \delta \bar{q} \\ \bar{y}^0 &= \bar{y}_m^0 + \delta \bar{y}^0 \end{aligned} \quad \text{con } \begin{cases} \delta \bar{q} \in D_{\bar{q}} \\ \delta \bar{y}^0 \in D_{\bar{y}^0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_m = \mathcal{F}(\bar{q}_m, \bar{y}_m^0) \\ g_m = \mathcal{G}(\bar{q}_m, \bar{y}_m^0) \end{cases} \quad \begin{aligned} D_f &= \mathcal{F}(D_{\bar{q}}, D_{\bar{y}^0}) \\ D_g &= \mathcal{G}(D_{\bar{q}}, D_{\bar{y}^0}) \end{aligned}$$

Quindi si ha la seguente semplificazione:



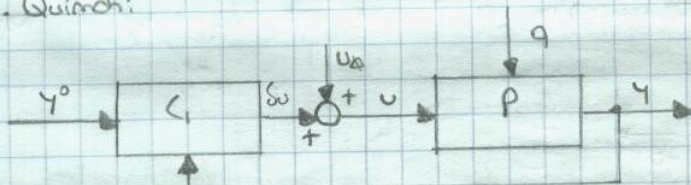
Però noi abbiamo supposto che y^o e y siano note, al contempo, e non δy e δy^o .
 Noi sappiamo che:

$$y^o = \bar{y}^o + \delta y^o \quad \text{e} \quad y = \bar{y} + \delta y$$

Quindi considerando y^o e utilizzando un FILTRO PASSA-BASSO, si ricava $\bar{y}^o$ e conseguentemente δy^o . Analogamente si fa per δy . Oppure si può aggiungere le prime in questa maniera:

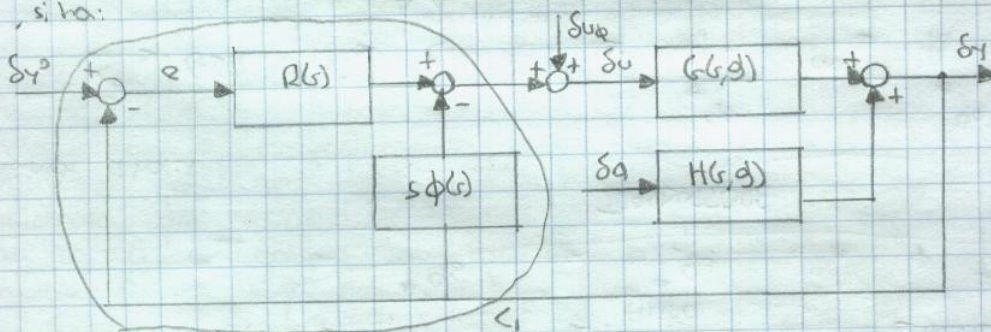
$$e(t) = \delta y^o(t) - \delta y(t) = y^o(t) - y(t), \quad \text{in quanto: } \begin{cases} \delta y^o(t) = y^o(t) - \bar{y}^o(t) \\ \delta y(t) = y(t) - \bar{y}(t) \end{cases}$$

Ma si sa che: $\bar{y}^o(t) = \bar{y}(t) \Rightarrow e(t) = y^o(t) - y(t)$
 Inoltre $\bar{y}(t) = \delta y(t)$ e quindi le controllare C , fa dipendere l'azione di controllo principalmente da $e(t)$, si ha che tutto quanto è disponibile. Si noti inoltre che il controllore C , fornisce un'azione di controllo che è $u(t)$ e non $\delta u(t)$. Infatti: $u(t) = \bar{u} + \delta u(t)$, e quindi bisognerebbe aggiungere a $\delta u(t)$ il valore costante $\bar{u}$ che però non è noto. In alternativa si aggiunge a $\delta u(t)$ una costante $u_0 \neq \bar{u}$, con conseguente disturbo costante uscente dal controllore. Quindi:



$$u(t) = u_0 + \delta u(t)$$

Come vedremo più avanti se si adotta un controllore C lineare e invariante nel tempo (LTI), si ha:



NB: Il sistema è a tempo continuo quindi si rappresenta con TRASFORMATTA DI LAPLACE (si vedrà più avanti meglio appronti).

Come vedremo le cose sono davvero ben più complesse del controllo riguarderà sistemi LTI per la soluzione di problemi memorizzabili. Un sistema, per essere controllato efficacemente, deve essere dotato di apparecchiature atte a misurare grandezze fisiche di varia natura e a trasmetterle in tempo reale. Queste funzioni vengono svolte da speciali strumentazioni. Vediamo alcune:

- 1) Un attuatore viene utilizzato per attuare effettivamente sul processo l'azione decisa dal controllore.



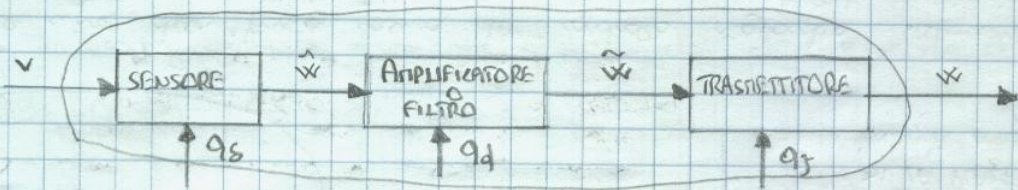
$m = \text{VARIABILE MANIPOLATA}$

Questo strumento viene inserito tra il controllore e il sistema solo controllato P . Per quanto possibile, un attuatore deve imprimere alla variabile manipolata un andamento uguale alla variabile di controllo.

2) Come abbiamo visto, al controllore provengono dei segnali provenienti dal sistema P , sia se il controllo è ad anello aperto, sia se il controllo è ad anello chiuso. Ciò comporta l'impiego di trasduttori. Un trasduttore misura una variabile di sistema, e la trasmette in tempo reale al controllore. Quindi un trasduttore è composto da:

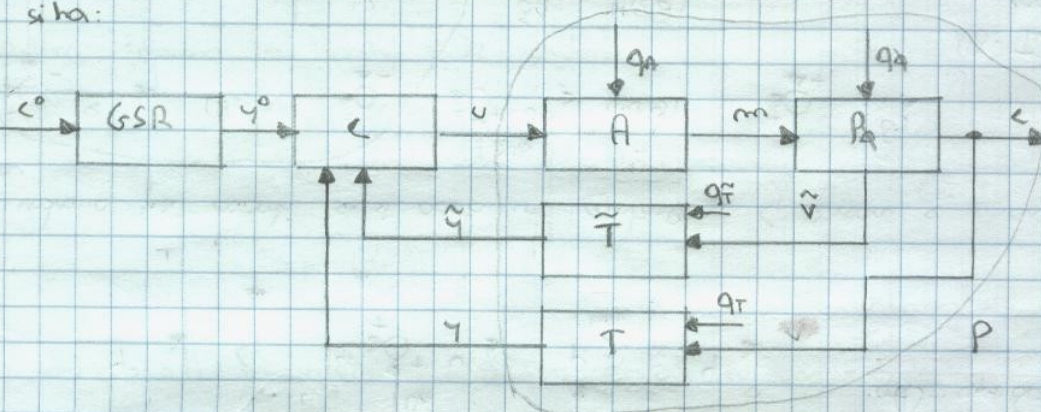
- 1) **SENSORE** che esprime il valore corrente della variabile di sistema, in un valore utilizzabile per ulteriori elaborazioni.
- 2) **AMPLIFICATORE / FILTRO** che ha il compito di rendere il segnale adatto per essere trasmesso al controllore (operazione di CONDIZIONAMENTO).
- 3) **TRASMETTITORE** che trasmette elettricamente la grandezza al controllore.

Graficamente si ha:



TRASDUTTORE

Quindi si ha:

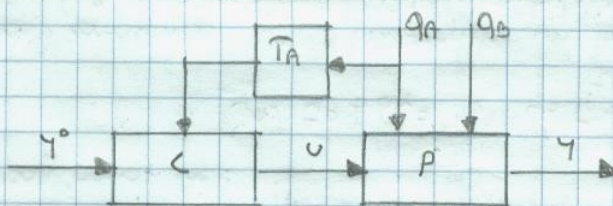


dove GSR sta per Generatore del Segnale di Riferimento (y^o). Da tutto ciò si può notare che:

$$e(t) = y^o(t) - y(t) \quad \text{viene detto ERRORE APPARENTE (MISURATO)}$$

$$\varepsilon(t) = c^o(t) - c(t) \quad \text{viene detto ERRORE EFFETTIVO}$$

dove y qui rappresenta la variabile che esprime una misura di c . Siano che se il trasduttore non è affetto da disturbi, non c'è nemmeno mai distinguere $e(t)$ da $\varepsilon(t)$. Ma se il trasduttore è affetto da disturbi, y può non essere una misura precisa di c , e quindi può succedere che $e(t) \neq \varepsilon(t)$. Abbiamo visto prima, il controllo ad anello aperto. Abbiamo visto che un disturbo può essere misurato. Ecco quindi che tra la parte del disturbo e il controllore C vi è un trasduttore T .



NB: Questo vale solo se i disturbi sono noti a priori e misurabili.