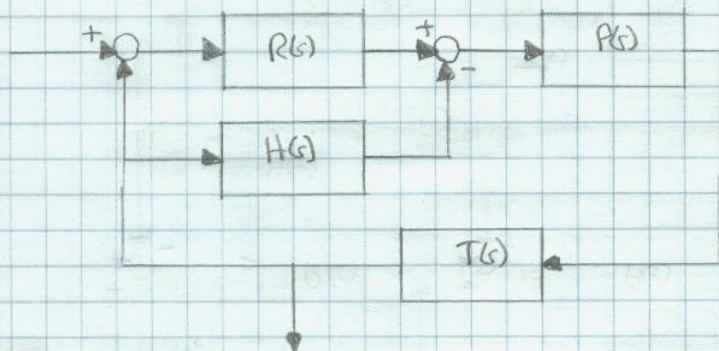
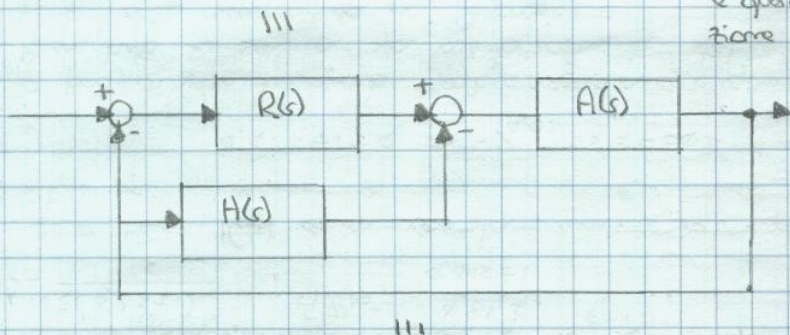




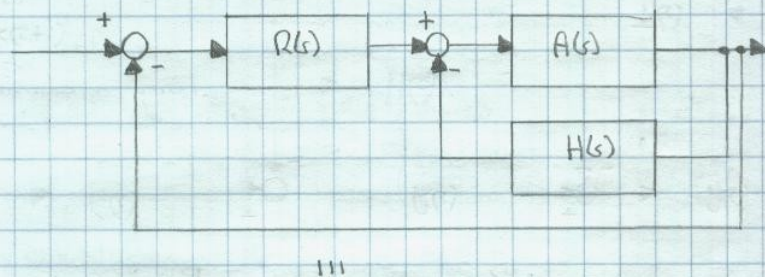
Simboli di $P(s)$ e $T(s)$ sono in cascata, e quindi:

$$AG(s) = P(s) \cdot T(s) = \frac{5s}{s(s+1)} \cdot \frac{0,1}{0,02s+1} = \frac{5}{s(s+1)(0,02s+1)}$$

Quindi:



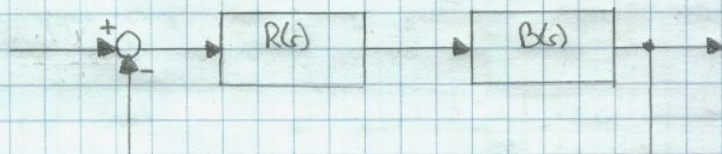
e questo non produce nessuna cancellazione proibita.



Si come $A(s)$ e $H(s)$ sono collegati in retroazione, e:

$$P_{H(s)} = -1/0,01 \text{ (negativo)}$$

Quindi non esistono poli con parte reale positiva, e quindi non possono essere cancellati da nessun zero di $A(s)$.



Questi due blocchi sono in cascata e quindi:

$$L(s) = R(s) \cdot B(s) \quad \text{con:} \quad B(s) = \frac{AG(s)}{1 + AG(s)H(s)} = \frac{5/s(s+1)(0,02s+1)}{1 + \left(\frac{5}{s(s+1)(0,02s+1)}\right) \cdot \left(\frac{0,24}{0,01s+1}\right)}$$

$$= \frac{NA(s)DH(s)}{DA(s)DH(s) + NA(s)NH(s)} = \frac{5/(s(s+1)(0,02s+1))}{\frac{s(0,0004s^3 + 0,0108s^2 + 0,2327s + 1)}{0,9615(0,01s+1)}}$$

$$\underline{NB}: B(s) = \frac{AG(s)}{1 + AG(s)H(s)} = \frac{\frac{NA(s)}{DA(s)}}{1 + \frac{NA(s)}{DA(s)} \frac{NH(s)}{DH(s)}} = \frac{\frac{NA(s)}{DA(s)}}{\frac{DA(s)DH(s) + NA(s)NH(s)}{DA(s)DH(s)}} = \frac{NA(s)}{DA(s)} \cdot \frac{DA(s)DH(s)}{DA(s)DH(s) + NA(s)NH(s)}$$

$$= \frac{NA(s)DH(s)}{DA(s)DH(s) + NA(s)NH(s)}$$

Quindi:

$$L(s) = R(s) \cdot B(s) = \frac{5s}{s(s+1)} \cdot \frac{0,9615(0,01s+1)}{s(0,0004s^3 + 0,0108s^2 + 0,2327s + 1)} = \frac{1,923(3,2s+1)(0,01s+1)}{s^2(0,0004s^3 + 0,0108s^2 + 0,2327s + 1)}$$

Questa operazione è lecita in quanto non si hanno cancellazioni sul semipiano destro.

Infatti:

- $R(s)$ non ha zeri;
- $B(s)$ ha zeri, ma questi non vengono cancellati dai poli di $R(s)$.

Quindi:



Tale sistema è asintoticamente stabile se e solo se tutti i poli della p.d.t. $F(s)$ stanno nel semipiano sinistro. Quindi:

Perciò:

$$F(s) = \frac{N_L(s)}{D_L(s) + N_L(s)}$$

↓

$$D_L(s) + N_L(s) = 0$$

↓

$$0,0020s^5 + 0,2120s^4 + 1,2100s^3 + 5,2615s^2 + 6,1720s + 1,9230 = 0$$

Utilizzando la tabella di ROUTH si ha:

1,9230	5,2615	0,2120
6,1720	1,2100	0,0020
5,8056	0,2114	
0,9429	0,0020	
0,2210		
0,0020		

→ tutti gli elementi della prima colonna sono positivi e quindi il sistema complessivo è asintoticamente stabile.

Infatti la TABELLA DI ROUTH, permette di effettuare su un sistema dinamico lineare, i test per l'asintotica stabilità. Sia:

$$\Delta A(\lambda) = \lambda^m + a_1 \lambda^{m-1} + \dots + a_m$$

il polinomio caratteristico di un sistema lineare a tempo continuo $\dot{x}(t) = Ax(t)$. Si costruisce la tabella di Routh di dimensione $(m+1) \times (m+1)$.

R_{00}	R_{01}	...	R_{0m}
R_{10}	R_{11}	...	
...	...	...	
R_{m0}	R_{m1}	...	R_{mm}

dove gli elementi della prima e della seconda riga sono i coefficienti ad indice pari di $a_0, a_1, \dots$ e dispari $a_1, a_3, \dots$ del precedente polinomio caratteristico.

Tutti gli altri elementi si calcolano mediante la seguente formula:

$$R_{i+1,j} = -\frac{1}{R_{i0}} \det \begin{vmatrix} R_{i-1,0} & R_{i-1,j+1} \\ R_{i0} & R_{i,j+1} \end{vmatrix}$$

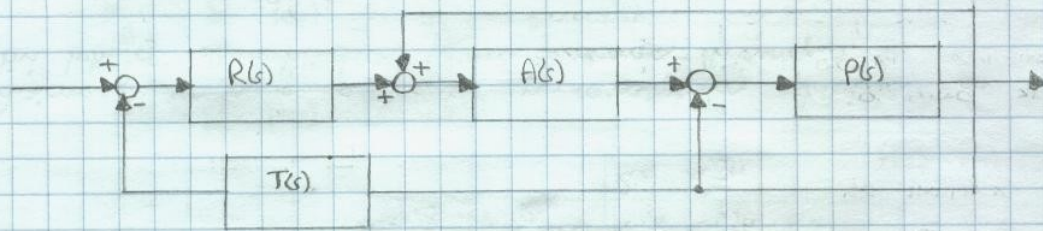
Condizione necessaria e sufficiente per l'asintotica stabilità del sistema è che siano positivi tutti gli elementi della prima colonna. Ad esempio:

ROUTH:

a_0	a_2
a_1	a_3
b	$\vdots$
γ	$\vdots$

se $a_0, a_1, b, \gamma > 0 \Rightarrow$ sistema asintoticamente stabile.

2) Si consideri lo schema:



DATI:

$$R(s) = \frac{3s(s+1)(s+1)}{s(s+1)(s+1)}$$

$$A(s) = \frac{2}{s+1}$$

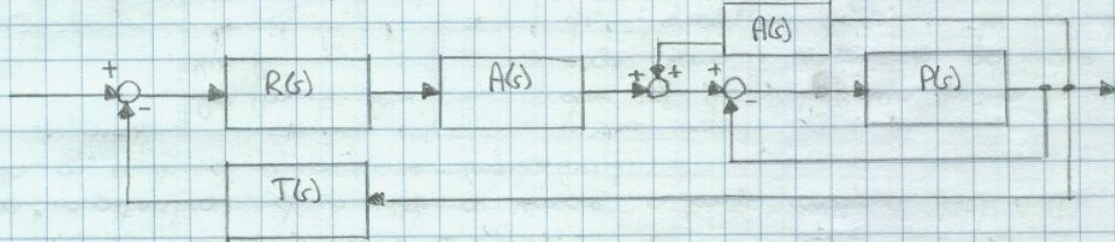
$$P(s) = \frac{1/s}{s}$$

$$T(s) = \frac{s, 2}{(s, 1s+1)^2}$$

Notiamo innanzitutto che il blocco A ha p.d.t. $A(s)$, ed è tale che:

$$A(s) = \frac{2}{s+1}, \text{ ha poli con parte reale negativa } (p_1 = -1).$$

Quindi posso spostare tale blocco a monte del modo sommatore.



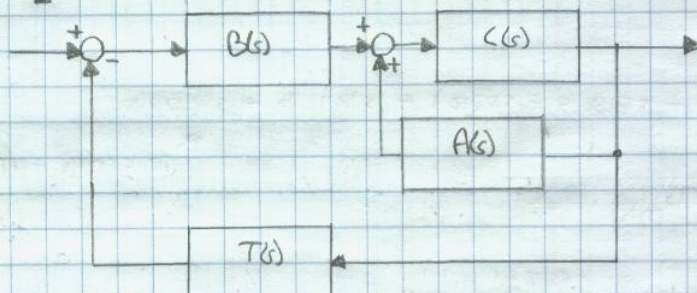
Si noti che $R(s)$ e $A(s)$ sono in cascata e quindi: $B(s) = R(s) \cdot A(s) = \frac{3s(s+1)(s+1)}{s(s+1)(s+1)} \cdot \frac{2}{s+1}$ che è dato in quanto:

• $R(s)$ ha 2 zeri: $1-1$ e ha 2 poli: $p_1 = 1$
 $3-1/s, 1$ $p_2 = -1/s, 1$

• $A(s)$ non ha zeri, ma ha 1 polo $p_1 = -1 \Rightarrow$ una zero di $R(s)$ viene cancellata dal polo di $A(s)$, ma questa cancellazione avviene nel semipiano destro.

Quindi:

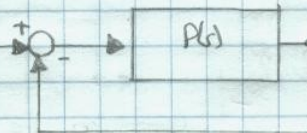
$$B(s) = \frac{6s(s+1)}{s(s+1)(s+1)}$$



Trova:

Trova:

$$C(s) = \frac{P(s)}{1+P(s)}$$



$$C(s) = \frac{1}{s, 1s+1} \text{ parte } p = -1/s, 1 < 1.$$

Quindi i blocchi $C(s)$ e $A(s)$ sono in retroazione positiva tra loro e perciò si ha:

$$D(s) = \frac{C(s)}{1-C(s)A(s)}$$

e questo è dato in quanto tra $C(s)$ e $A(s)$ non c'è cancellazione.

Perciò in valore si ha:

$$D(s) = \frac{C(s)}{1 - C(s)A(s)} = \frac{s+1}{(s+1)(0,5s+1) - 2} = \frac{-(s+1)}{(-0,485s+1)(1,585s+1)}$$

Il precedente sistema può essere ridisegnato nel seguente modo:



I tre blocchi sono in cascata e quindi: $L(s) = B(s) \cdot D(s) \cdot T(s)$, da quale produce una sola cancellazione in (-10) negativa. Infatti:

$$L(s) = \frac{60(s+1)}{s(0,5s+1)} \cdot \frac{-(s+1)}{(-0,485s+1)(1,585s+1)} \cdot \frac{0,2}{(0,1s+1)^2}$$

NB: $0,1s+1 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{0,1} = -10$
 $\downarrow$
 $s = -10$

Quindi:

$$L(s) = B(s)D(s)T(s) = \frac{-12(s+1)}{s(1,585s+1)(0,5s+1)(0,1s+1)(-0,485s+1)}$$

Il sistema è asintoticamente stabile quando le radici dell'equazione:

$$s(1,585s+1)(0,5s+1)(0,1s+1)(-0,485s+1) = 0$$

hanno parte reale negativa. Si hanno: $-0,485s^5 - 0,485s^4 + 0,610s^3 + 1,700s^2 = 0$

Vediamo ora di introdurre il concetto di problema di controllo.

Un PROBLEMA DI CONTROLLO si intende quel particolare problema per il quale si intende indurre in un determinato oggetto (sistema, processo, ...) un particolare comportamento, agendo su una o più delle sue variabili di ingresso. Prendiamo in esame il seguente schema:



In questo caso P, che può essere un sistema, un impianto, ..., denota il SISTEMA SOTTO CONTROLLO.

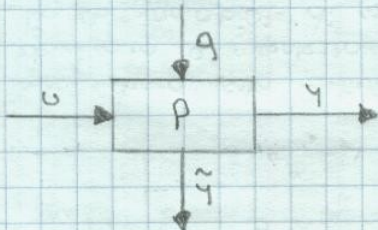
Il comportamento desiderato di P viene espresso con delle variabili. Si noti che il sistema sotto controllo viene abitualmente descritto da un modello matematico (sistema dinamico).

Osservando lo schema (*), si noti che:

$$v = \text{variabili di ingresso} = \begin{bmatrix} u \\ q \end{bmatrix} \quad \text{dove} \begin{cases} u = \text{VARIABILE DI CONTROLLO} \\ q = \text{DISTURBI (non intenzionali) di P} \end{cases}$$

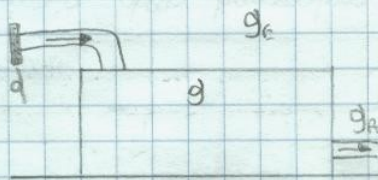
$$w = \text{variabili di uscita} = \begin{bmatrix} y \\ \tilde{y} \end{bmatrix} \quad \text{dove} \begin{cases} y = \text{VARIABILI CONTROLLATE} \\ \tilde{y} = \text{MISURA DI } y \end{cases}$$

Quindi:



Il comportamento desiderato di P, o meglio il comportamento desiderato di y rappresenta ciò che vorremmo derivare dal sistema P. Esso si indica con y^o .

Si pensi ad esempio alla temperatura in una stanza.



Simili che nel sistema solo controllo P, e variabile q descrivono e' incertezza presente nel regime tra le variabili di controllo e le variabili controllate. Perciò:

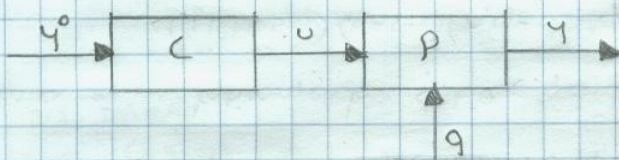
$y = g$: temperatura interna.
 $q = u$: apertura sononda per far entrare aria nella stanza.
 $q = g_c$: temperatura dell'ambiente esterno.
 $\tilde{y} = g_A$: temperatura misurata.
 $y^0 = 21^\circ\text{C}$ $\rightarrow$ temperatura desiderata.

$$q \in Q, \quad q = q_m + \delta q \quad \text{dove: } \begin{cases} q_m & \text{è il valore nominale;} \\ \delta q \in \Delta q & \text{sono i disturbi;} \end{cases}$$

Simili che anche lo stato iniziale in cui si può lavorare il sistema P può essere una variabile incerta. Inoltre se si pensa che, per esempio precedente, anche la temperatura desiderata può mutare, cioè è possibile decidere che la temperatura della stanza non sia più 21°C bensì 25°C , allora si può concludere che anche la variabile di riferimento y^0 è incerta. L'entità che ha il compito di decidere quale valore attribuire alla variabile di controllo prende il nome di **CONTROLLATORE**. Simili che il controllore unito con il sistema solo controllo prende il nome di **sistema di controllo**. Per scegliere se se funziona il controllore ha bisogno del valore di y^0 e del valore di $\tilde{y}$. Ci sono due tipi di sistemi di controllo:

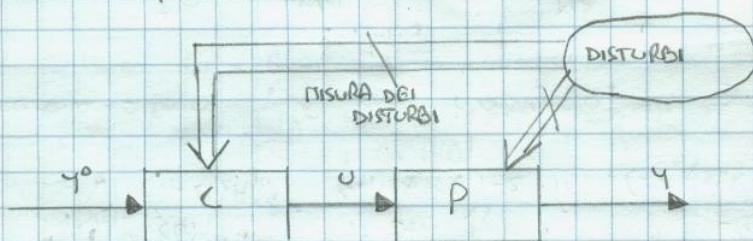
- 1) AD ANELLO APERTO
- 2) AD ANELLO CHIUSO

Il seguente sistema mostra un sistema di controllo ad anello aperto (FEEDFORWARD):



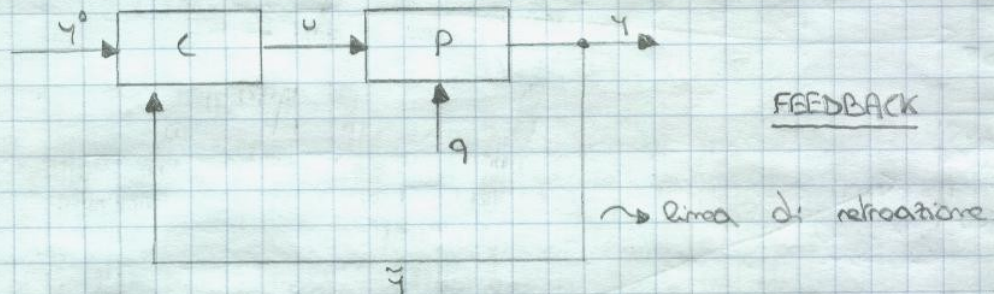
* C è il blocco che identifica il controllore.

Questo tipo di controllo ha degli inconvenienti. Se la variabile y raggiunge il valore di y^0 o se si discosta notevolmente da esso, il controllore non può lavorare attivamente in quanto continua ad agire su P attraverso u nella stessa maniera indifferentemente dall'andamento di y . Si ripensi all'esempio della temperatura nella stanza. Se la temperatura desiderata è 21°C , e la temperatura interna della stanza è 19°C , il controllore apre la valvola di controllo del flusso di aria e fa entrare aria calda nella stanza. La temperatura interna incomincia a salire. Una volta raggiunti i 21°C desiderati, essa continua a salire, perché il controllore non sa quando chiudere la valvola di regolazione dell'aria. Un altro inconveniente di questo tipo di controllo risiede nel fatto che esso non riesce a compensare i disturbi che agiscono sul sistema P. Un modo per compensare tali disturbi potrebbe essere quello di misurarli e quindi modificare l'azione di controllo.

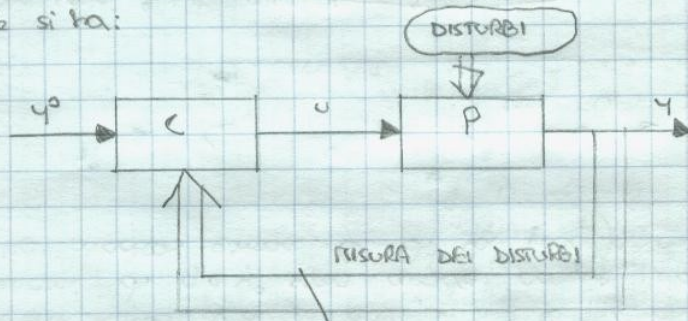


* Ovviamente questa cosa ha senso se i disturbi sono effettivamente misurabili.

Possiamo però migliorare il controllo usando il secondo tipo di configurazione. Nel sistema di controllo ad anello chiuso (RETROAZIONE) è possibile misurare anche la variabile controllata y , in modo che il controllore possa agire adeguatamente. Lo schema a blocchi è il seguente:

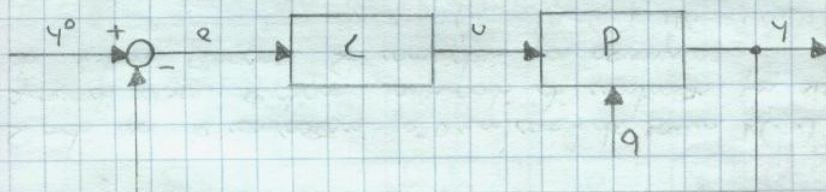


In questo caso la variabile controllata viene misurata e il sistema di controllo agisce in modo da controllare la deviazione rispetto al comportamento desiderato. In linea generale si ha:



* Ripensando all'esempio della temperatura, se si misura di continuo la temperatura, il controllore è in grado di sapere quanto discostamento c'è tra y^0 e y .

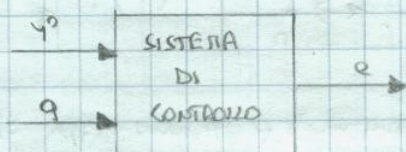
In assenza di incertezza ($\delta q = 0 \Rightarrow q = q_m$) la retroazione non serve e si può tranquillamente usare il controllo ad anello aperto. In presenza di incertezza ($\delta q \neq 0 \Rightarrow q = q_m + \delta q$) è meglio usare il controllo in retroazione. L'obiettivo del controllo è quello di, in tutte le condizioni di funzionamento, mantenere entro limiti accettabili l'ERRORE DI CONTROLLO. Si osserva il seguente schema a blocchi:



* e è l'errore di controllo ed è definito come:

$$e = y^0 - y$$

In breve l'errore è la differenza tra il valore della variabile di riferimento e la variabile controllata, cioè l'errore rappresenta di quanto la variabile controllata si discosta dal suo andamento desiderato. Appare evidente quindi che il controllo faccia dipendere la sua azione principalmente dall'errore $e = y^0 - y$. Tutto ciò ricade NELL'IMPOSTAZIONE CLASSICA DEL CONTROLLO. Quindi si ha:



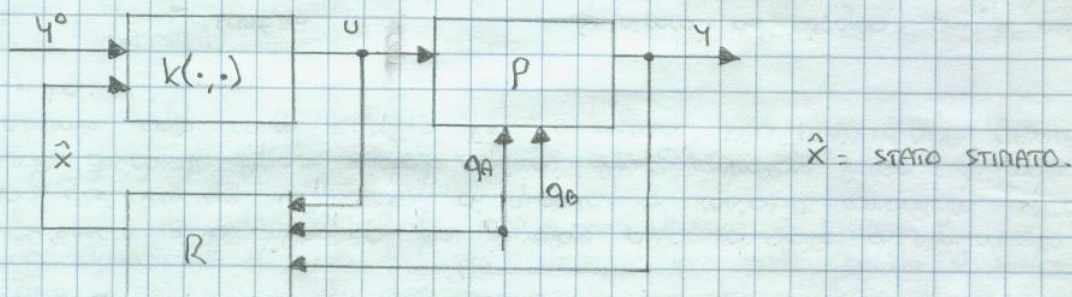
Si ricorda che bisogna sempre assicurare l'asintotica stabilità del sistema, soprattutto indipendentemente dall'andamento delle variabili inerte. Dobbiamo quindi assicurare un'adeguata stabilità di tutti i minimi futuri del sistema (STABILITÀ ROBUSTA).

Inoltre occorre sempre avere un'adeguata precisione, cioè un'errore abbastanza piccolo anche nelle situazioni peggiori. Si osserva che lo stato x del sistema, che è una variabile osservativa interna del sistema, ha la proprietà di riassumere in sé quanto basta della storia passata del sistema stesso.

Successivamente lo stato, unita con gli ingressi, fornisce l'andamento nel tempo del sistema. Appare ora che la variabile u di controllo dipende da y^o che per comodità supponiamo costante, e dallo stato attuale $x(t)$. Quindi:

$$u(t) = K(y^o, x(t)) \rightarrow \text{LEGGE DI CONTROLLO}$$

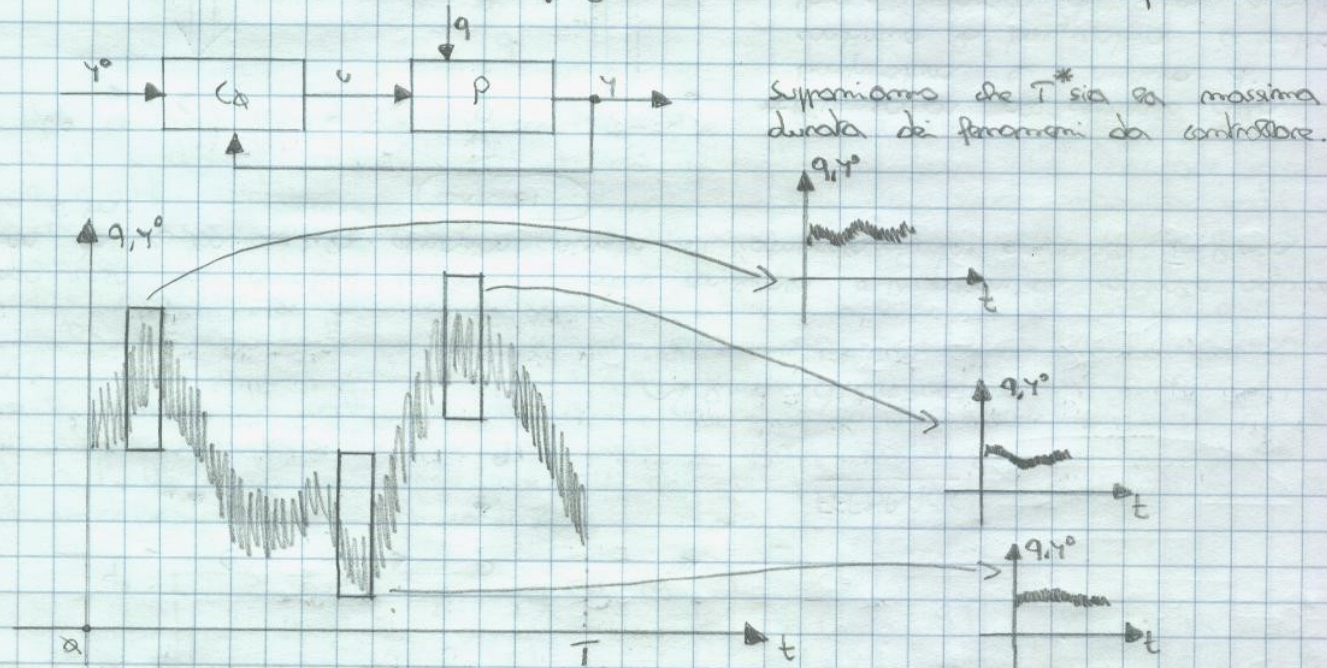
Per lo stato $x(t)$ non è disponibile. Pertanto, in ogni istante, è necessario stimare $x(t)$.



Simili alla costruzione è l'unione dei blocchi $K(.,.)$ e del blocco R . In pratica accade spesso di dover studiare impianti di controllo per sistemi non lineari usando la teoria dei sistemi lineari. Si consideri per esempio:



Vogliamo determinare un controllore che determini per comodità C_q , tale da rendere minimo l'errore $e(t)$, in tutte le condizioni di funzionamento previste. Se le oscillazioni di q e y^o sono molto ampie, non è possibile descrivere il sistema P mediante un unico modello lineare. Quindi la progettazione di un controllore diventa problematica.



Come si può facilmente notare, gli scostamenti di q e y^o , su un intervallo T^* molto rispetto a T , sono di natura praticamente stazionaria, con un valore medio che dipende da quando è stata campionata.