

Requisiti:

- $|\sigma| = 0$ dovuto a e^s .
- d_R : sia alternato su c di 180°
- d_R : valore
- d_R : sia alternato su c di 360°
- $1 \leq \omega_c \leq 3$
- $\phi_{pm} \geq 60^\circ$

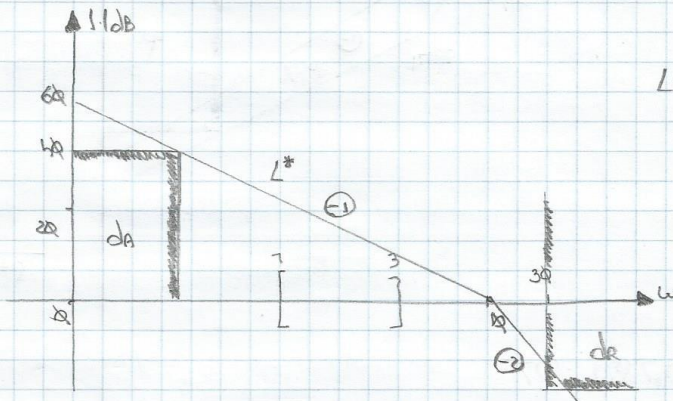
* PROGETTO STATICO:

$$|\sigma| = |\sigma_a| + |\sigma_p| = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 + \frac{K_R}{s} \cdot \frac{1}{s}} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{s}{s^2 + K_R} \right) = 0$$

per $0 < K_R < \infty$.

$$R(s) = \tilde{R}(s) \tilde{R}(s) \Rightarrow \tilde{R}(s) = \frac{K_R}{s} = \frac{K_R}{s}$$

* PROGETTO DINAMICO:



$$L(s) = R(s)P(s) = \tilde{R}(s)\tilde{R}(s)P(s) = \frac{K_R}{s} \tilde{R}(s) \frac{1}{1+s/10}$$

$$NB: L^*(s) = \frac{K_R}{s(1+s/10)}$$

Simili a:

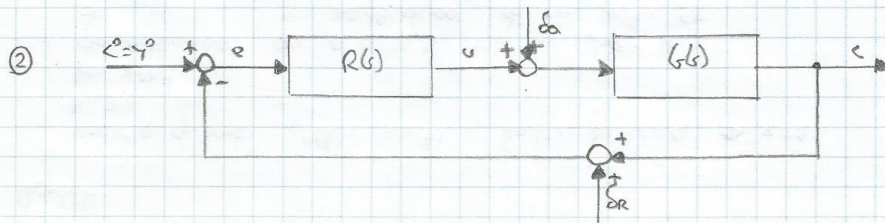
$$L^*(s) = \tilde{R}(s)P(s) = \frac{K_R}{s} \cdot \frac{1}{1+s/10} \Rightarrow L(s) = \tilde{R}(s)L^*(s) \Rightarrow \tilde{R}(s) = \frac{L(s)}{L^*(s)}$$

$$L^*(s) = \frac{K_R}{s(1+s/10)} \Rightarrow 1^{po} = (-1)^s \Rightarrow$$

Simili anche a L^* non loggia e' asse 40 dB in $[1, 3]$ e loggia 40 dB. Inoltre $\phi_{pm} < 60^\circ$. Si quindi da' con la semi-logaritmica ① per vedere come e' stato risolto questo problema. Allora pero' si ha:

$$L(s) = \frac{20}{s} \frac{(1+s/0.25)^2}{(1+s/0.43)^2(1+s/10)}$$

NB: Contributi da primo quadrante base, e' approssimato alla parte inferiore.



$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Requisiti:

70

$e_{ss} = 0$ quando $e^*(t) = s_{ref}(t)$, $\hat{e}_a(t) = \hat{e}_b(t) = 0 \Rightarrow e = \varepsilon$.

$\omega_c \geq 5$

$\varphi_{pm} \geq 50^\circ$

da almeno da 4 a 20, di un fattore 10
da " " 20 dB a ∞ , di un fattore 50

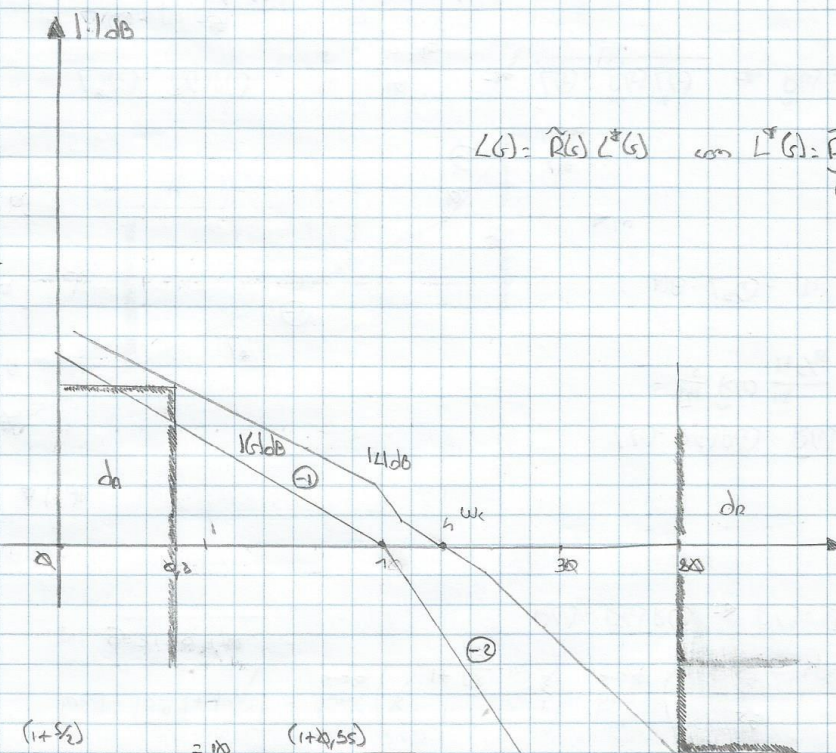
* PROGETTO STATICO:

$\tau_{col} = 0$ sempre.

Quindi: $R(s) = \bar{R}(s) \tilde{R}(s) G(s)$ con $\bar{R}(s) = 1/s$, $\tilde{R}(s) = 1/s$, con $g^a = 0$.

* PROGETTO DINAMICO:

NB: $G(s) = 1/s(s+1)$



$$L(s) = \tilde{R}(s) L^*(s) \quad \text{con} \quad L^*(s) = \tilde{R}(s) G(s) = G(s)$$

$$L(s) = 10 \frac{(1+s/5)}{s(1+s)(1+s/20)} = 10 \frac{(1+0.2s)}{s(1+s)(1+0.05s)}$$

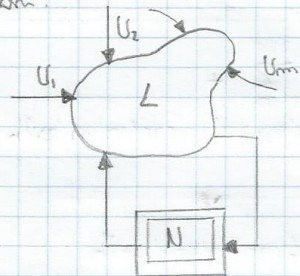
$\varphi_{pm} = 65^\circ$

$$\text{Quindi } R(s) = 10 \frac{1+0.2s}{1+0.05s}$$

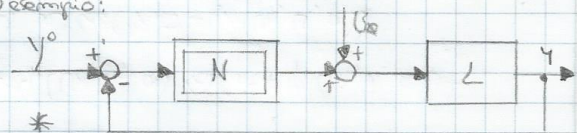
Si guardi la curva semilogaritmica (2).

71

Studiamo ora un problema di ricerca e studio di eventuali regimi periodici (OSCILLAZIONI PERMANENTI) compatibili con un sistema. Quindi vogliamo fornire condizioni alle quali esista, la stabilità e l'ampiezza delle oscillazioni permanenti in un sistema dinamico razionale a tempo invariante, soggetto a ingressi costanti, nel quale un elemento non lineare a un ingresso e a un'uscita è connesso a uno o più elementi lineari.



Ad esempio:



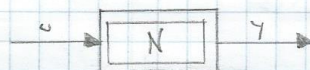
Inoltre studieremo anche di oscillazione lo studio della risposta a un ingresso sinusoidale di un sistema del suddetto tipo. Si consideri il sistema *. Sia:

$G(s)$: p.d.t. della parte lineare del sistema.

Se esiste un movimento periodico di periodo T , ad esso corrisponderà un'oscillazione permanente $u(t)$ il cui sviluppo in serie di Fourier sarà della forma:

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \sum_{k=2}^{\infty} U_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

dove $\omega = \frac{2\pi}{T}$ e $U_k \geq 0, \forall k \geq 1$. Per essere più precisi mettiamo in esame il blocco non lineare:



sia: $u(t) = U \cos(\omega t)$

La risposta $y_n(t)$ sarà: $y_n(t; U, \omega)$ e: $y_n(t; U, \omega) = y_0(U, \omega) + y_1(U, \omega) \cos(\omega t + \varphi_1)$

$$+ \sum_{k=2}^{\infty} y_k(U, \omega) \cos(k\omega t + \varphi_k(U, \omega))$$

Lo sviluppo in serie di Fourier dell'uscita $y(t)$ sarà pertanto:

$$y(t) = G_0 U_0 + G_1 U_1 \cos(\omega t + \varphi_1 + \gamma_1) + \sum_{k=2}^{\infty} G_k U_k \cos(k\omega t + \varphi_k + \gamma_k)$$

dove:

$$\begin{cases} G_k = |G(jk\omega)| \\ \gamma_k = \angle G(jk\omega) \end{cases}$$

Poiché per ipotesi possiamo ottenere le componenti lineare e la componente costante e l'armonica fondamentale, ci si concentrerà su di essi per descrivere il comportamento della parte non lineare. Se N fosse un blocco LTI, si avrebbe:

$$D_0 = D(\omega) = \frac{y_0(\omega, t)}{U_0}, \quad D(1) = \frac{y_1(\omega, t)}{U_1(\omega, t)} \quad \angle \varphi_1(U, \omega)$$

Queste due funzioni (D_0 e D_1) vengono dette FUNZIONI DESCRITTIVE del blocco N a duplice ingresso. Il duplice ingresso si ha perché è la somma di un ingresso costante, e di una sinusoidale.

Si noti che:

(72)

- Se N è un elemento non lineare "da caratteristica", cioè:

$$y(t) = F[u(\cdot)] \quad \text{con } u(t), y(t) \in \mathbb{R}, t \in T$$

dove l'applicazione non lineare $F[\cdot]$ è sufficientemente semplice da poter essere descritta mediante una caratteristica ingresso-uscita, vale a dire mediante una o più curve nel piano (u, y) , allora le funzioni descrittive risultano indipendenti da ω .

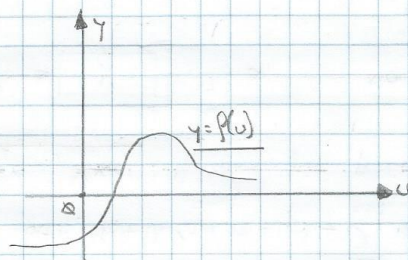
$$D(u, \omega) \rightarrow D(u)$$

- Se la caratteristica di N è a un solo valore, allora la funzione descrittiva è reale. Per funzione a un solo valore intendiamo: $y = f(u)$.

Quindi:

$$D(u, \omega) = \frac{y(u, \omega)}{u} e^{j\phi(u, \omega)}$$

→ Funzione DESCRITTIVA A UN SOLO INGRESSO.



Vediamo ora le funzioni descrittive a doppio ingresso:



$$u(t) = U_0 + U_1 \cos(\omega t)$$

La risposta è:

$$y_p(t; U_0, U_1, \omega);$$



$$y_p(t; U_0, U_1, \omega) = y_0(U_0, U_1, \omega) + y_1(U_0, U_1, \omega) \cos(\omega t + \phi_1(U_0, U_1, \omega)) + \sum_{k=2}^{\infty} y_k(U_0, U_1, \omega) \cos(k\omega t + \phi_k(U_0, U_1, \omega))$$

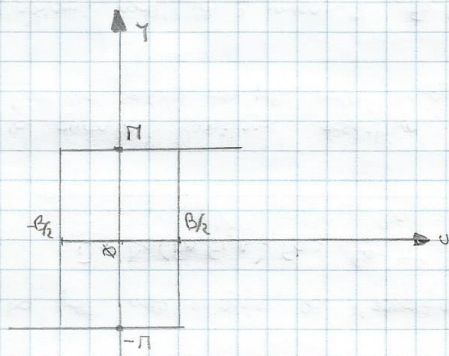
Perciò:

- Se N è un elemento non lineare "da caratteristica", il valore delle funzioni descrittive è indipendente da ω . $D_0(U_0, U_1, \omega) \rightarrow D_0(U_0, U_1)$; $D_1(U_0, U_1, \omega) \rightarrow D_1(U_0, U_1)$

(73)

- Se inoltre la caratteristica di N è a un solo valore, non solo da una parte di π reale.

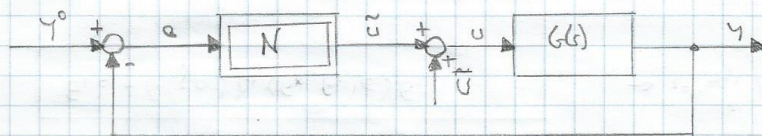
Simili alla funzione (o le funzioni) descrittiva di due elementi lineari in cascata e la somma delle singole funzioni descrittive. Prendiamo ora in esame un controllore $1/B_2$.



Simili alla sua funzione caratteristica è:

$$D(u) = \frac{2\pi}{\pi u^2} (\sqrt{1/4 u^2 - B^2} - jB) \quad \text{con } u \geq B/2$$

Prendiamo ora in esame il seguente sistema a blocchi:



Nelle ipotesi che esista un movimento periodico del sistema di periodo T , e sia:

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos(\omega t + \beta_1) + \sum_{k=2}^{\infty} U_k \cos(k\omega t + \beta_k)$$

dove $\omega = \frac{2\pi}{T}$. In corrispondenza si ha:

$$y(t) = G_0 U_0 + G_1 U_1 \cos(\omega t + \beta_1 + \gamma_1) + \sum_{k=2}^{\infty} G_k U_k \cos(k\omega t + \beta_k + \gamma_k)$$

dove:

$$\begin{cases} G_k = |G(jk\omega)| \\ \gamma_k = \angle G(jk\omega) \end{cases}$$

Vediamo ora l'IPOTESI DELL'AZIONE FILTRANTE. Tale ipotesi afferma che:

$$G_k U_k \ll G_1 U_1, \quad \forall k \geq 2$$

cioè:

$$y(t) \approx G_0 U_0 + G_1 U_1 \cos(\omega t + \beta_1 + \gamma_1)$$

Perciò scelto e origine degli assi dei tempi, si ha:

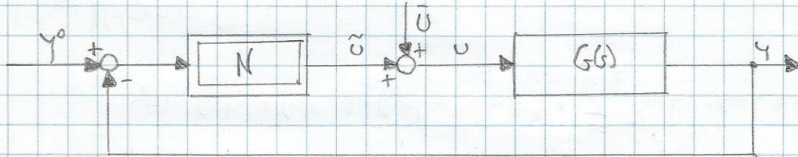
(7h)

$$e(t) \approx y^0 - G_0 U_0 - G_1 U_1 \cos(\alpha t + \beta_1 + \gamma_1) \rightarrow E_0 + E_1 \cos(\alpha t)$$

Bisogna considerare come valori medio e prima armonica dell'uscita di N dipendono dai parametri di ingresso: E_0, E_1, α .
Ricostruiamo allora il grafico (sistema) precedente:

$$e(t) = y^0 - y(t) = y^0 - G_0 U_0 - G_1 U_1 \cos(\alpha t + \beta_1 + \gamma_1)$$

$$e(t) = E_0 + E_1 \cos(\alpha t)$$



Ciò premesso si ottengono le due seguenti equazioni di CONGRUENZA:

$$E_0 = y^0 - G_0 (\bar{U} + D_0(E_0, E_1, \alpha) E_0)$$

→ 1° eq. di congruenza

$$E_1 = -G_1 D_1(E_0, E_1, \alpha) E_1$$

→ 2° eq. di congruenza

Imposti:

$$E_0 = y^0 - y_0 \quad \text{con } y_0 = D_0(E_0, E_1, \alpha) U_0$$

$$NB: \bar{U} + \tilde{U} = \bar{U} + D_0(E_0, E_1, \alpha)$$

ma: $U_0 = E_0 \Rightarrow E_0 = y^0 - y_0 = y^0 - D_0(E_0, E_1, \alpha) E_0 =$

$$= y^0 - G_0 (\bar{U} + D_0(E_0, E_1, \alpha) E_0)$$

$$* D_0(E_0, E_1, \alpha) = \frac{y_0(\cdot)}{U_0} \Rightarrow D_0(\cdot) E_0 = y_0$$

Si noti che se $G(s)$ ha poli nell'origine, da 1° equazione di congruenza diventa:

$$\bar{U} + D_0(E_0, E_1, \alpha) E_0 = \frac{E_0 - y^0}{G_0} = 0$$

Si noti infatti che la generica funzione descrittiva, anche non è che la p.d.t. del blocco non sensore. Essa che se $G(s)$ ha poli nell'origine, essa tende all'infinito, e quindi:

• 3 equazioni reali in 3 incognite: E_0, E_1, α .

Abbiamo già visto in precedenza che se N è da caratteristica, si ha che le funzioni descrittive non dipendono da α . Quindi:

$$D_1(U_0, U_1) \text{ e } D_0(U_0) \Rightarrow E_0 = m(E_1)$$

(75)

Ma facciamo un passo indietro. Le equazioni di congruenza devono essere risolte, solo e ipotesi del sistema periodicamente, affinché esista un regime periodico compatibile con il sistema. Tali condizioni consistono in un bilancio lungo l'angolo di rotazione sia della componente costante sia della componente sinusoidale corrispondente alla prima armonica del segnale. Ma vediamo meglio cosa si intende per armonica del segnale. Fourier scoprì che una funzione periodica non sinusoidale poteva (anzi può) essere espressa, come una somma di infinite funzioni sinusoidali. Si ricordi che una funzione periodica è una funzione che si ripete ogni T secondi. Quindi:

$$p(t) = p(t+mT) \quad T: \text{periodo}$$

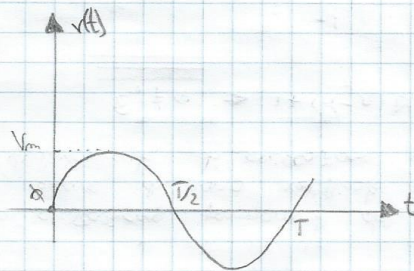
Secondo il TEOREMA DI FOURIER, qualunque funzione periodica di frequenza ω si può esprimere come somma di infinite funzioni seno e coseno a frequenze multiple intere di ω . Quindi:

$$p(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots$$

oppure:

$$p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad \text{dove } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ è detta la FREQUENZA FONDAMENTALE.}$$

Si ricordi che data una qualunque funzione periodica, per esempio una sinusoidale:



$$v(t) = V_m \sin \omega t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T: \text{periodo [s]} \\ V_m: \text{AMPIEZZA della sinusoidale} \\ \omega t: \text{argomento della sinusoidale} \end{array} \right.$$

Appare evidente che la sinusoidale si ripete ogni T secondi di tempo. Quindi T è il periodo della sinusoidale e vale:

$$\frac{T}{2} \cdot 2\pi \Rightarrow \omega T = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{con } \omega: \text{ pulsazione.}$$

Quindi:

$$v(t+T) = V_m \sin \omega(t+T) = V_m \sin \omega(t + \frac{2\pi}{\omega}) = V_m \sin(\omega t + 2\pi) = V_m \sin \omega t = v(t)$$

Perciò:

$$v(t+T) = v(t)$$

Il reciproco del periodo è la FREQUENZA e vale: $p = \frac{1}{T}$;

Imbree:

$$p = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{NB: } \omega = \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \text{NB: } p = \frac{1}{\text{s}} \end{array} \right.$$

Perciò la frequenza rappresenta il numero di giri completi della sinusoidale per secondo.