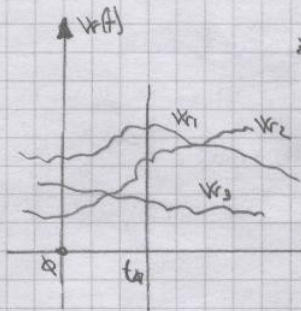


Consideriamo una serie di realizzazioni di un generico processo:



* Si chiama **MEIA D'INSIEME** come la media in un determinato istante t_0 di tutte le realizzazioni di un processo. Invece la media **TEMPORALE**, corrisponde alla media fra tutti i campioni di una realizzazione di un processo.

$$\overline{m}_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{m}_{xT}(t)$$

Se il processo in questione è stazionario, si ha: $E[\overline{m}_{xT}] = E\left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt\right] =$
Quindi: $E[\overline{m}_{xT}(t)] = m_x$
 $= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m_x dt = m_x$

Diciamo che il processo $x(t)$ è **ERGODICO IN MEDIA** quando: $\overline{m}_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{m}_{xT} = E[x(t)] = m_x$
Per garantire l'ergodicità in media dobbiamo imporre che:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} [\text{Var}(\overline{m}_{xT})] = 0$$

Condizione necessaria e sufficiente perché un processo sia ergodico in media è che:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_x(\tau) d\tau = |m_x|^2 \rightarrow \text{L'autocorrelazione al crescere di } \tau \text{ si avvicina ad un valore } |m_x|^2 \text{ costante.}$$

Simili che se il processo è incoerente si ha: $\lim_{T \rightarrow \infty} R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} E[x(t)x^*(t+\tau)] = E[x(t)] \lim_{T \rightarrow \infty} E[x(t+\tau)] = m_x \cdot m_x^* = |m_x|^2$
Quindi l'incoerenza è condizione suff. per l'ergodicità in media.
C'è anche l'ergodicità in correlazione:

$$R_x(\tau, T) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x^*(t+\tau) dt \rightarrow \text{AUTOCORRELAZIONE TEMPORALE MEDIA.}$$

Diciamo che

$x(t)$ è ergodico in correlazione quando: $\lim_{T \rightarrow \infty} R_x(\tau, T) = R_x(\tau)$

Simili che un processo ergodico è necessariamente stazionario.

Consideriamo ora un processo ergodico limitato: $x_T(t)$.

$$P_T = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_T^2(t) dt$$

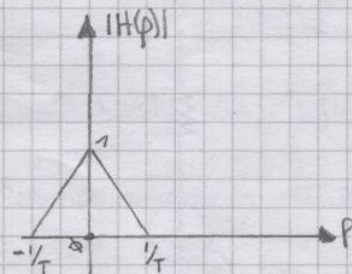
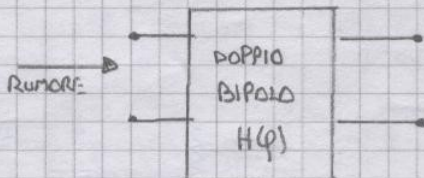
$$\lim_{T \rightarrow \infty} P_T = P = \text{potenza della realizzazione.}$$

$$\text{Ricordarsi che: } \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \rightarrow \text{th di Parseval}$$

$$S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X_T(\omega)|^2 \rightarrow \text{NO. Si può scrivere: } S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[|X_T(\omega)|^2]$$

Es: Ho un rumore ergodico.

Ha distribuzione obliqua omogenea gaussiana, media nulla, e densità spettrale $n/2$.



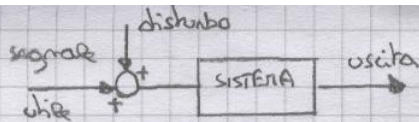
All'uscita il segnale viene campionato ogni K_T secondi ottenendo $m(K_T)$.
Densità di probabilità, media e varianza di tali campioni?

I campioni in uscita sono ancora gaussiani, con media nulla.

Varianti:

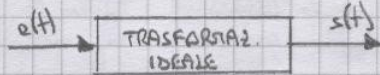
$$G_u(\omega) = |H(\omega)|^2 G_i(\omega) = |H(\omega)|^2 \frac{n}{2} \Rightarrow \sigma_u^2 = \int_{-\infty}^{\infty} G_u(\omega) d\omega = \frac{n}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega = \frac{n}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{3} = \frac{n}{T} \cdot \frac{1}{3}$$

In ingresso ad un sistema di comunicazione il segnale è composto da un segnale utile e un disturbo.



Il disturbo può essere visto come la somma di una distorsione e di un rumore.

Consideriamo:



$$s(t) = T_{id}[e(t)] = A e(t), \quad |A| \geq 1$$

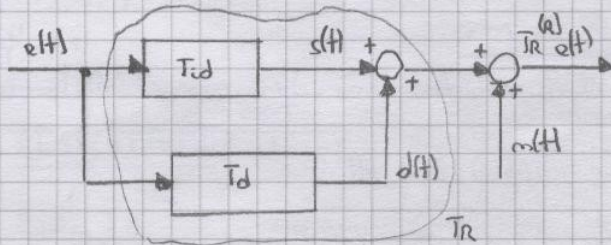
Amplificatore ideale.

In realtà un amplificatore sarà del tipo:

$$s(t) = T_a[e(t)] = T_{id}[e(t)] + d(t) + m(t)$$

dove:
 $d(t)$ = DISTORSIONE = differenza tra la segnale di uscita reale e quello ideale (dipende da $e(t)$).
 $m(t)$ = RUMORE = segnale che si aggiunge a $e(t)$.

Quindi:



* I rumori possono essere causati da altri segnali (INTERFERENZE), oppure possono essere rumori ATMOSFERICI, COSMICI, o ARTIFICIALI. Questi sono i RUMORI DI ORIGINE ESTERNA.

I RUMORI DI ORIGINE INTERNA sono di tipo impulsivo e sono:

- RUMORE TERMICO $\rightarrow$ dovuto al fatto che gli elettroni agitando termicamente producono un segnale che dipende dalla temperatura interna del sistema stesso.
- RUMORE SHOT $\rightarrow$ legato allo spostamento di una quantità di carica.
- RUMORE FLICKER $\rightarrow$ legato a difetti strutturali dovuti ai semiconduttori presenti nel sistema.

Noi possiamo modellizzare i rumori interni così: $x(t) = \sum_m a(m) \cdot s(t - t_m, q_m)$

dove:

- g_m = AMPLIEZZA
- t_m = TEMPO INIZIALE
- q_m = DURATA IMPULSO
- $s(t, q)$ = FORMA D'ONDA BASE.

Quindi: $m(t) = \sum_m g_m \cdot s'(t - t_m, q'_m)$

* Si chiamano PROCESSI DI POISSON quei processi dove il numero medio di impulsi presenti in un certo istante di tempo è un parametro fondamentale.
 Sia:

δ = numero medio di impulsi contemporaneamente attivi.

Si noti che se:

$\delta \begin{cases} \leq 1 \Rightarrow \text{RUMORE IMPULSIVO} \\ \text{RUMORE IMPULSIVO A BASSA DENSITA'} \\ > 1 \Rightarrow \text{RUMORE GAUSSIANO} \end{cases}$

Si ha:

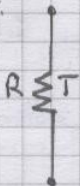
$$\delta = \bar{n} \cdot \bar{T}$$

dove: $\bar{n}$ = numero medio di impulsi che iniziano in un secondo.

$\bar{T}$ = Lunghezza media di ciascun impulso.

* RUMORE TERMICO:

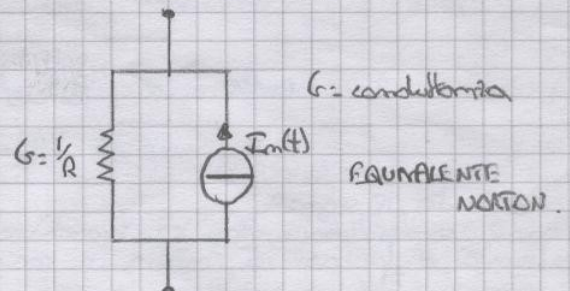
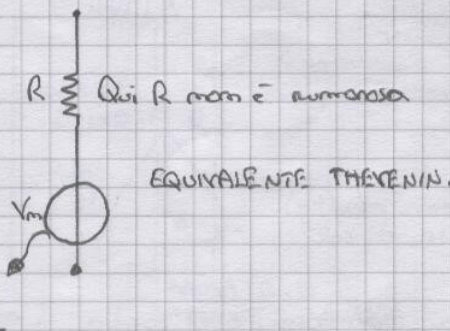
rumore
resistore.



$\begin{cases} R = \text{resistenza} \\ T = \text{temperatura} \end{cases}$

$$v(t) = R \cdot i(t) \rightarrow \text{LEGE DI OHM.}$$

Dato un conduttore affetto da rumore possiamo disegnare:



$V_m(t)$ e $I_m(t)$ sono processi stocastici a media nulla e $R(y)$ (PROCESSI STATIONARI). Per quanto riguarda la densità spettrale di potenza si ha:

$$\begin{aligned} S_v(f) &= 2kTR\chi(f) \\ S_i(f) &= 2kTG\chi(f) \end{aligned}$$

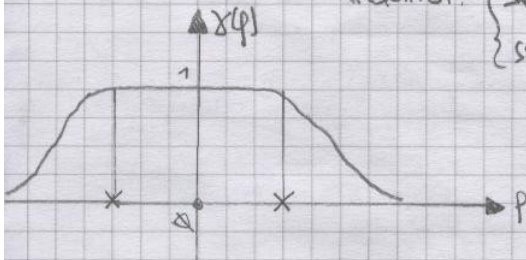
dove: $\chi(f) = \frac{hP/kT}{e^{hP/kT} - 1}$

dove: h = COSTANTE DI PLANCK = $6,625 \cdot 10^{-34}$
 k = COSTANTE DI BOLZEMAN = $1,38 \cdot 10^{-23}$

$X(f)$ rappresenta la nostra densità spettrale di potenza. Se consideriamo $X(f)=1$ si ottiene un processo di Poisson.

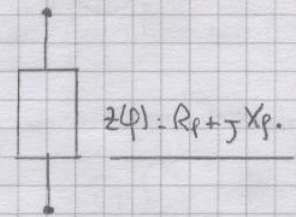
*Quindi: $\begin{cases} S_x(f) = 2KTR \\ S_e(f) = 2KTG \end{cases}$ Per la legge di Ohm si ha:

$S_e(f) = R^2 S_x(f)$



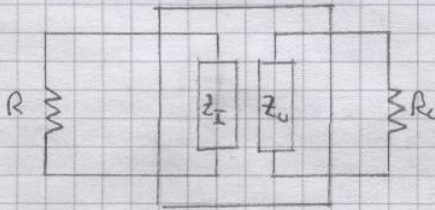
Consideriamo ora un bipolo lineare:

NB: $\begin{cases} R_p = \operatorname{Re}[Z(f)] \\ X_p = \operatorname{Im}[Z(f)] \end{cases}$



IL TEOREMA DI NYQUIST ci dice che ciò che dà origine al rumore termico è solo la parte reale (resistiva) dell'impedenza. Infatti:

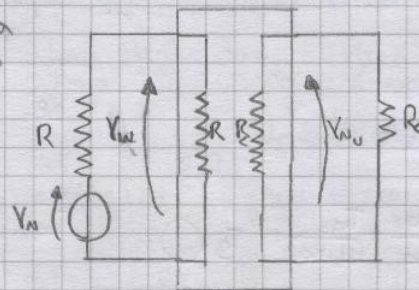
$S_e(f) = 2KT R_p$



R è la RESISTENZA RUMOROSA mentre R è la RESISTENZA A CARICA sulla si misura la tensione di interesse. Sembra ad avere il massimo trasferimento di potenza dal generatore verso il doppio bipolo.

Il doppio bipolo è caratterizzato da un'impedenza di ingresso Z_I e da un'impedenza di uscita Z_U . Per ottenere il massimo trasferimento di potenza è necessario che:

$R = R_I \rightarrow$ CASO DI RETE PURAMENTE RESISTIVA
 $R = R_U$



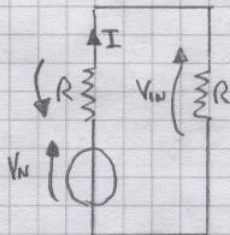
NB: $P = V \cdot I$

In caso contrario:

$\begin{cases} \operatorname{Re}[Z_I] = R \\ \operatorname{Re}[Z_U] = R \end{cases}$ e $\operatorname{Im}[Z_I] = -\operatorname{Im}[Z_U] \rightarrow$ CONDIZIONI DI ADATTAMENTO.

Si osserva che: $\frac{V_U^2}{R} =$ potenza su resistenza in ingresso. Infatti: $P = V \cdot I = V_U \cdot \frac{V_U}{R} = \frac{V_U^2}{R}$

Si noti che:



PARTITORE DI TENSIONE $\Rightarrow \frac{V_U}{R+R} = I \Rightarrow V_U = R \cdot I = \frac{V_N}{2R} \cdot R = \frac{V_N}{2}$

Quindi: $P = \frac{V_U^2}{R} = \frac{V_N^2}{4R}$

La densità spettrale di potenza è: $G_m(f) = \frac{2KT}{R} = \frac{KT}{2}$

NB: $P = V \cdot I \Rightarrow \frac{P}{I} = V \Rightarrow P \cdot h = V_N^2 \Rightarrow V_N = \sqrt{P \cdot h} = 2\sqrt{P}$. Quindi: $G_m(f) = 2KTR = \frac{2KT}{hR}$

Viene considerata la DENSITÀ SPETTRALE DI POTENZA DISPONIBILE come la massima densità spettrale che riusciremo a trasferire da un bipolo all'altro.

Si ha: $\begin{cases} S_{d1} = \frac{KT}{2} \\ S_{d2} = \frac{KT}{2} \end{cases}$ * Sia $H(f)$ la funzione di trasferimento del dB, e $|H(f)|^2$ una sua amplificazione. Indichiamo con:

NB: $A = A_d(f)$

$A = \frac{P_{disp}}{P_{in}}$ $\rightarrow$ AMPLIFICAZIONE DI POTENZA DISPONIBILE

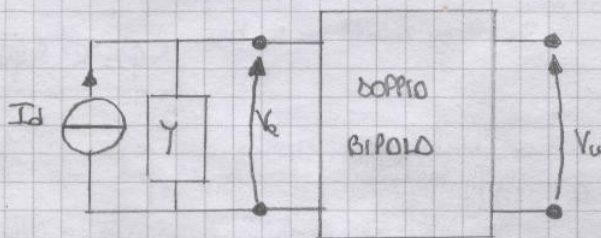
NB: $\begin{cases} P_{disp} = \text{potenza disponibile di ingresso al generatore.} \\ P_{in} = \text{potenza disponibile di uscita.} \end{cases}$ *Quindi: $S_{d2}(f) = \frac{KT}{2} A_d(f)$

Es: P_{disp} ? con $R = 11\Omega$, $T = 290K$.

NB: Tutti i segnali che considereremo sono a banda limitata.

$P_{disp} = \int_{-f}^f \frac{KT}{2} df = \frac{KT}{2} \Delta f =$

Consideriamo il seguente doppio bipolo:



* Supponiamo che il generatore abbia una potenza disponibile P_{dis} con:

$$h_g = (T_g) \quad (T_g = \text{temperatura della conduttanza})$$

Supponiamo che ci sia, adattamente e viceversa, tale densità di potenza disponibile e trasferibile al carico.

In uscita, abbiamo:

$$h_m = h_g A_d$$

Se però il bipolo è rumoroso, si ha:

$$h_m = h_g A_d + H$$

→ rumore aggiunto dal doppio bipolo.

Quindi:

$$h_{gt} = [(T_g + H/A_d)]$$

con:

$$H = \frac{k T_{eq}}{2} A_d(f)$$

Noi vogliamo portare tale rumore all'ingresso come se quel rumore dipendesse dall'ingresso.

$$\text{Riesco: } h_{gt} = [T + T_{eq}] \frac{k}{2}$$

T_{eq} = TEMPERATURA EQUIVALENTE: temperatura da aggiungere per innalzare la temperatura di ingresso in modo che il

T_{eq} dipende ovviamente dalle caratteristiche del ingresso. rumore di ingresso comprenda anche il dB.

Quindi:

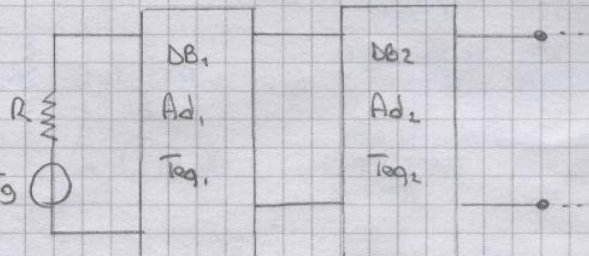
$$S_u(f) = \frac{k}{2} (T + T_{eq}) \cdot A_d$$

NB: T_{eq} ≠ temperatura fisica presente nel doppio bipolo.

Consideriamo ora il seguente caso:

Ripetendo all'ingresso tutte le componenti del rumore si ha:

$$T_T = T_g + T_{eq1} + \frac{T_{eq2}}{A_{d1}} + \frac{T_{eq3}}{A_{d1} A_{d2}} + \dots + T_g$$



Risulta allora come (se $A_d \gg 1$) le caratteristiche dei primi doppi bipoli abbiamo maggiore importanza. In particolare i primi "stadi" non hanno lo scopo di amplificare e quindi introducono poco rumore. Gli ultimi "stadi" invece non generano poco rumore ⇒ grande amplificazione.

* CIFRA O FATTORE DI RUMORE: → parametrizza il rumore del doppio bipolo.

$$h_{gt} = h_g \cdot F \quad \text{fattore di rumore.}$$

Si noti che:

$$T_{eq} = T_g (F - 1) \quad \text{Infatti: } T_g = (T_{eq} + T) \Rightarrow h_{gt} = k(T + T_{eq}) \Rightarrow T_{eq} = T_g - T$$

NB:

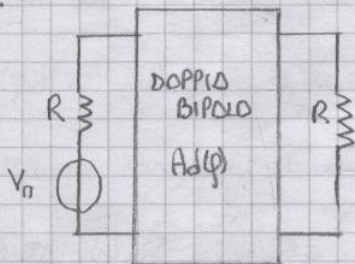
$$h_{gt} = (T_g \cdot F) \quad T_g = 293K \Rightarrow T_{eq} = T_g(F - 1) \Rightarrow h_{gt} = (T_g \cdot F) \quad \text{Si noti che se: } T_g \neq T$$

e nel caso di una cascata di doppi bipoli si ha:

$$F_1 = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_{d1}} + \frac{F_3 - 1}{A_{d1} A_{d2}} + \frac{F_4 - 1}{A_{d1} A_{d2} A_{d3}} + \dots$$

$$h_{gt} = ((T_g + T_{eq})) = k(T_g + T_g(F - 1))$$

Fino a qui abbiamo considerato F e T_{eq} costanti nella frequenza. Consideriamo ora F e T_{eq} funzioni della frequenza.



Supponiamo che $A_d(f)$ vari in frequenza. Assumiamo che:

$$S_{fing} = \frac{k}{2} T_{eq, tot} \quad \text{temperatura di ingresso più quella del doppio bipolo.}$$

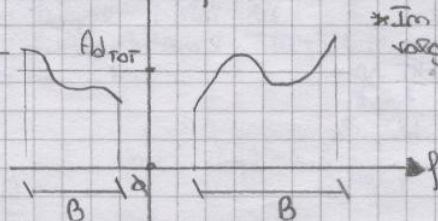
$$\text{La potenza di uscita: } P = \int_B \frac{k}{2} T_{eq, tot} A_d(f) df = \frac{k}{2} T_{eq, tot} \int_B A_d(f) df$$

→ banda di interesse.

Quindi:

$$P = \frac{k}{2} T_{eq, tot} \cdot A_{d, tot} \cdot B_{eq}$$

BAANDA EFF. DI RUMORE



* In generale si sceglie una B_{eq} tale da integrare le precedenti relazioni.

NB: A_d = amplificazione di potenza disponibile.

Per esempio consideriamo: $T_0 = 290^\circ K$

Tra i vari doppi bipoli noi ne considereremo uno in particolare che è l'ATTENUATORE PASSIVO. Quest'ultimo attenua le nostre segnali, esso ha una componente resistiva. Schematicamente abbiamo:



$$S_r(f) = \frac{k}{2} T_0 \Rightarrow P_N = 2 \int_{0.001 \text{ mHz}}^{1120 \text{ mHz}} \frac{k}{2} T_0 df = k T_0 (200 \text{ mHz})$$

RISULTATO: $P_N = 0,8 \text{ pW}$.

Un esempio di attenuatore passivo è il cavo di connessione.

Consideriamo le loro separatamente:

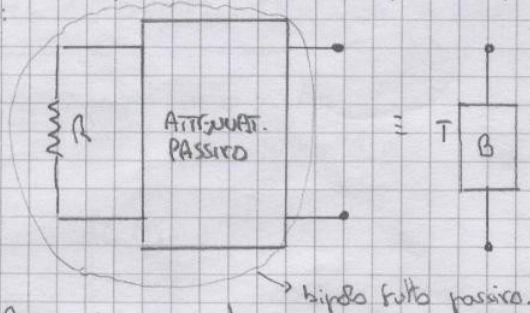
Si consideri un doppio bipolo con amplificatore $A(f)$. In ingresso vi sia un rumore $m(f)$. In particolare:

$m(f) = \frac{n}{2} \rightarrow$ DENSITA' SPETTRALE DI POTENZA del rumore ed è costante.

La potenza disponibile in uscita è: $\int_0 m(f) A(f) df = \frac{n}{2} \int_0 A(f) df$

Nel caso che $Ad \leq 1 \Rightarrow$ ATTENUATORE PASSIVO.

Si consideri dunque un attenuatore passivo posto a temperatura T . Desidero calcolare T_{eq} ? Possiamo:



Quindi: $G_0 = \frac{KT}{2}$

Inoltre: $P_u = d P_i$ dove: P_u = potenza di uscita, P_i = potenza di ingresso, $\frac{1}{d}$ = ATTENUAZIONE.

NB: $x = Ay \Rightarrow \begin{cases} x = \text{var. uscita} \\ A = \text{amplificazione} \\ y = \text{var. ingresso} \end{cases}$

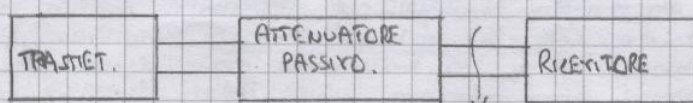
$y = A^{-1}x = \frac{1}{A}x \Rightarrow \frac{1}{A} = \text{ATTENUAZIONE}$

Se $d=1$ il doppio bipolo è in realtà un collegamento puro $T_{eq}=0$ proprio perché fatto da non ci sono componenti resistive. Tanto più tende a zero l'amplificazione di potenza, tanto più alta sarà T_{eq} . Infatti:

$$G_i = \frac{KT}{2} \cdot \frac{1}{d} = \frac{K}{2} (T + T_{eq}) \Rightarrow \frac{KT}{2d} = \frac{KT}{2} + \frac{KT_{eq}}{2} \Rightarrow \frac{KT}{2d} = \frac{KT + KT_{eq}}{2} \Rightarrow \frac{KT}{d} = KT + KT_{eq}$$

Quindi $d \rightarrow 0 \Rightarrow T_{eq} \rightarrow \infty$. D'altra parte d troppo piccola comporta un rumore troppo grande.

Consideriamo l'attenuatore in questo modo: * NB: $\frac{1}{d} \rightarrow \infty$



attenuatore passivo trasmett.

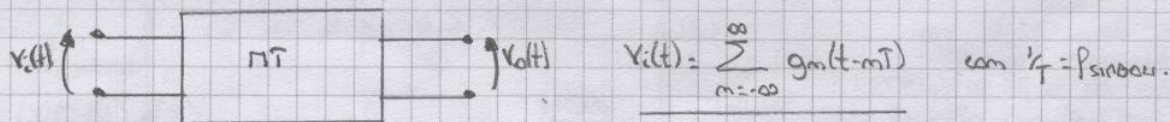
A noi interessa vedere l'attenuatore dalla porta di uscita.

Quindi: $T_e Ad + T_{eq} Ad = T_i Ad + \frac{(T - dT)}{d} Ad \approx T$

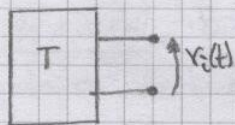
NB: $d = Ad$

$$\begin{aligned} KT &= d(KT + KT_{eq}) \\ KT &= dK(T + T_{eq}) \\ T &= d(T + T_{eq}) \\ T &= dT + dT_{eq} \\ \frac{T - dT}{d} &= T_{eq} \end{aligned}$$

Quindi riassumendo noi analizzeremo il mezzo trasmissivo (MT) come un doppio bipolo.



NB:



* In breve noi consideriamo i segnali $v_i(t)$ come processi aleatori e quindi devono essere quanto più possibile distinguibili.
Per ciò:

$$V_i(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m g(t-mT) \leftarrow \text{PAM.}$$

TRASMETTITORE

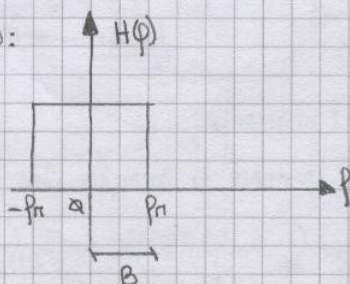
Fissata la frequenza f_s sinusoide, vogliamo trovare le requisiti del sistema.

BAUDR: Quasi tutti i mezzi trasmissivi possono essere rappresentati da un sistema lineare. Il mezzo trasmissivo ideale sarebbe quello con $H(f)=1$. Per i nostri mezzi trasmissivi otteniamo il segnale. Quindi:

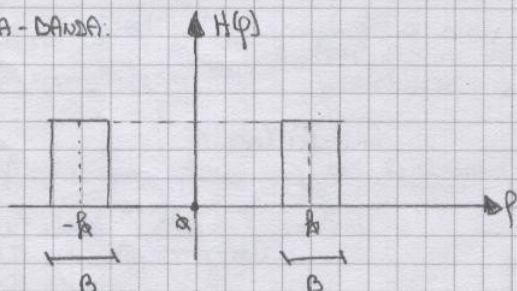
$$H(f) = d \text{ con } d \neq 1 \text{ e in particolare: } H(f) = d \cdot e^{-j2\pi f T} \rightarrow \text{Base rimane nel tempo.}$$

Quindi fra ingresso e uscita c'è un fattore di ritardo. A noi però basta che il mezzo trasmissivo si comporti in una ben determinata banda. In merito ci sono vari tipi di mezzi:

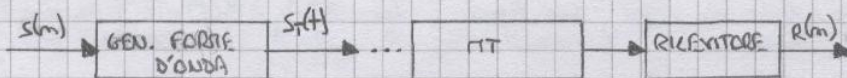
* MEZZO TRASMISSIVO PASSA-BASSO:



* MEZZO PASSA-BANDA:



Consideriamo ora lo schema di un sistema di trasmissione binario.

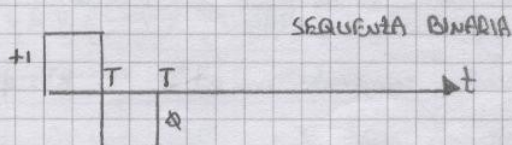


* $s(m)$ rappresenta la sequenza di imp. binarie da trasmettere. $s_f(t)$ è l'imp. di trasmissione associata a un bit.

Il numero di bit trasmessi al secondo è dato da $f = 1/T$. Inoltre:

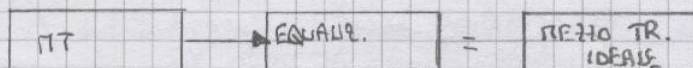
$$s_f(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [a(m)g_1(t-mT) + b(m)g_2(t-mT)] \rightarrow \text{Ad ogni bit viene associata una forma d'onda.}$$

Es:



La forma d'onda che rappresenta il singolo bit è $g_1(t)$ se $a(m)=1$ e $b(m)=0$, mentre è $g_2(t)$ se $a(m)=0$ e $b(m)=1$.

Il mezzo trasmissivo è rappresentato dalla funzione $H(f) = H_0 e^{-j2\pi f T}$. In generale $H_0 < 1$. Ciò deve essere nella banda di interesse. Se tale banda è centrata nell'origine avremo un mezzo di TRASMISSIONE PASSA-BASSO mentre se è centrata attorno a frequenza fra loro simmetriche ($+f_c, -f_c$) si ha un mezzo di TRASMISSIONE PASSA-BANDA. Spesso tale mezzo non è ideale. Per approssimare un mezzo trasmissivo ideale si usa un EQUALIZZATORE.



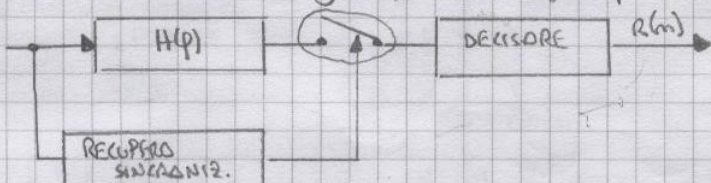
$$H(f) \cdot H_e(f) = d e^{-j2\pi f T}$$

Per quanto riguarda il ricevitore si ha:

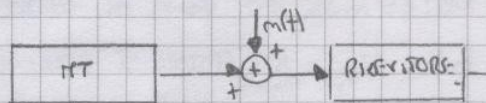


* Il decisore decide in base ai valori dati se è stata trasmessa un "1" o uno "0".

Ogni T secondi viene dato il segnale; Per essere più precisi si ha:



* Un disturbo di tipo trasmissivo m(t) viene così schematizzato.

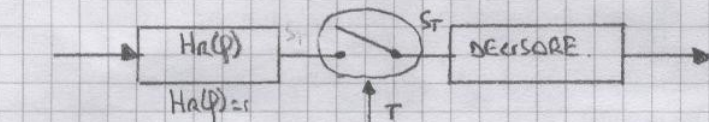


Assumiamo che m(t) sia un processo con densità delle probabilità delle ampiezze di tipo gaussiano, stazionario, a media nulla, con:

$$G_m(f) = \frac{n}{2}$$

Possiamo scrivere: $R(m) = s(m) \oplus e(m)$ con $\{e(m) = 1 \rightarrow \text{presenza di errore}$
 $\{e(m) = 0 \rightarrow \text{assenza di errore}$

Immaginiamo il mezzo trasmissivo dovrà avere una banda limitata. Per questo ultimo viene evitato con impulsi a banda limitata. Quindi anche se le forme d'onda hanno lunghezza minore del periodo T , si avrà in ricezione una serie di impulsi che si allargano. Tale errore si chiama INTERFERENZA INTERSIMPOLICA. Quest'ultima può venire eliminata trasmettendo un solo bit alla volta, oppure abbassando la frequenza fino a quando l'ampiezza del segnale di uscita dipende da un solo impulso. Consideriamo ora:



$$S_T = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

con $\{g_c(t) \neq 0 \text{ per } t = 0$
 $\{g_c(t) = 0 \text{ per } t \neq 0$

$g_c(f)$

TRASMISSIONE IN BANDA-BASSA.

Supponiamo per esempio che:

$$g_c(t) = A \frac{\sin \pi t / T}{\pi t / T}$$

Quindi:



* Allora la banda passante dovrà essere: $B = \frac{1}{2T} = \frac{1}{2} f_B$ con $f_B = \frac{1}{T}$.

Posto:

$$g(t) = \delta(t) \Rightarrow g_c(t) = \delta(t) * h(t) * h_r(t)$$

$$G_c(f) = 1 \cdot H(f) \cdot H_r(f)$$

Il segnale più semplice da generare è il rettangolo:

$$g(t) = \text{Rect}(t/T) \cdot g_c(t) \Rightarrow g_c(t) = g(t) * h(t) * h_r(t) \Rightarrow G_c(f) = G(f) H(f) H_r(f)$$

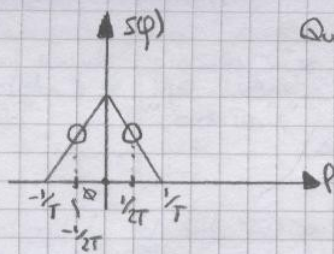
Una condizione che mi garantisce interferenza intersimbolica anche in presenza di segnali in ingresso di lunghezza superiore a T , è quella che:

$$s(kT) = 0 \quad (k \neq 0)$$

Un esempio di segnale che soddisfa tale condizione è il seno cosinuso. Nel campo delle frequenze si ha:

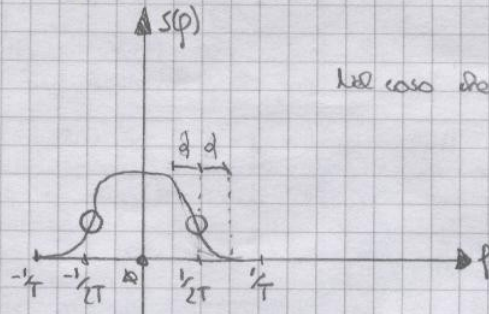
$$s(kT) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi f kT} df = 0$$

Sia $f_B = \frac{1}{T}$ la FREQUENZA DI BIT. Come garantire una banda pari ad almeno $\frac{1}{2T}$. Noi vogliamo però che le forme d'onda vadano a zero velocemente, per avere segnali più estesi in frequenza. Per fare ciò occorre che il segnale abbia una traslazione dispari almeno ai punti di frequenza $f = \pm \frac{1}{2T}$. Queste forme prendono il nome di FORME D'ONDA DI NYQUIST.



Questi andamenti lineari a noi però non piacciono. Quindi:

nel caso in cui $d \neq 0 \Rightarrow$ impulso.



NB: d = metà del piede di scala.

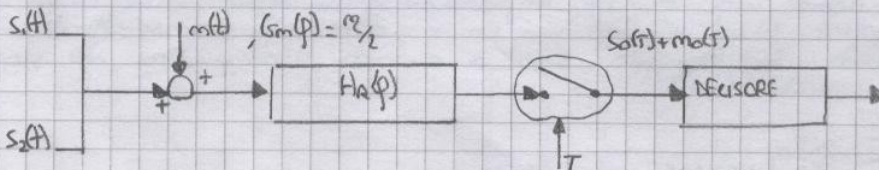
Posto: $d/1_{2T} = \delta$ = FATTORE DI ROLL-OFF si ha:

$$B = \frac{1}{2T} (1 + \delta) \quad \text{dove il fattore di Roll-off varia tra 0 e 1.}$$

Quindi:

- $\delta = 0 \Rightarrow B = \frac{1}{2T} \Rightarrow$ transizione a scalino. *Quindi: $B_{min} \leq B \leq B_{max}$ con: $\begin{cases} B_{min} = \frac{1}{2T} \\ B_{max} = \frac{1}{T} \end{cases}$
- $\delta = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{T} \Rightarrow$ transizione più dolce. * $B_{max} = 2B_{min}$.

Tutto questo si fa solo per avere interferenza intersimbolica nulla. Consideriamo ora:



NB: Il rumore è gaussiano.

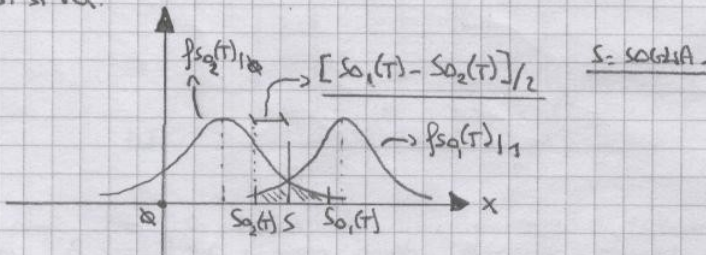
Consideriamo il caso binario:

Quindi in uscita dal filtro di ricezione si avrà:

- $\begin{cases} S_1(t) \rightarrow \text{per trasmettere "1"} \\ S_2(t) \rightarrow \text{per trasmettere "0"} \end{cases} \Rightarrow S_0(t) + m_0(t) = \begin{cases} S_1(t) + m_1(t) \\ S_2(t) + m_2(t) \end{cases}$

Assumiamo che i simboli binari abbiano la stessa probabilità di emissione: $P(0) = P(1) = \frac{1}{2}$.

Quindi si ha:



NB: $f_{S0(t)}|_1$ = densità di prob. di $S_0(t)$ avendo trasmesso "1".

$f_{S0(t)}|_0$ = densità di prob. $S_0(t)$ avendo trasmesso "0".

Simili a $[S_0(t) - S_2(t)]/2$ è il numeratore, dove entra la scelta di decisione del nostro decisore verrà messa in S. Inoltre la prob. totale di errore sarà:

$$P(e) = P(Ric = 1 | TR = 0) P(0) + P(Ric = 0 | TR = 1) P(1) = P(Ric = 0 | TR = 1) = P(Ric = 1 | TR = 0)$$

Quindi usando Bayes: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Quindi:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = P(A|B)P(B)$$

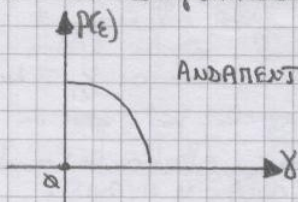
$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$$P(e) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{(S_0(t) - S_2(t))^2}{2\sigma_0^2}\right)$$

dove σ_0^2 = varianza di $m_0(t)$.

area di una delle code della gaussiana.

Il filtro di ricezione verrà ottimizzato per rendere minimo $P(e)$. In particolare:



ANDAMENTO MONOTONO.

$$\text{Posto } \gamma = \frac{S_0(t) - S_2(t)}{\sigma_0^2} \Rightarrow \gamma^2 = \frac{(S_0(t) - S_2(t))^2}{(\sigma_0^2)^2}$$

l'ottimizzazione $P(e)$ vuol dire massimizzare γ .

$$\text{NB: } \exp\left(-\frac{1}{2}\gamma^2\right)$$

